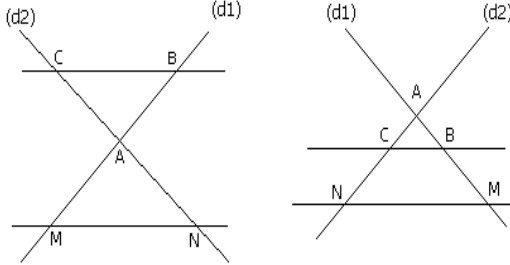


مبرهنة طاليس المبرهنة المباشرة – المبرهنة العكسية

المبرهنة المباشرة :



ليكن (d_1) و (d_2) مستقيمين يتقاطعان في النقطة A

لتكن النقطتان B و M من (d_1) تختلفان عن A

لتكن النقطتان C و N من (d_2) تختلفان عن A

إذا كان $(MN) \parallel (BC)$ فإن :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

المبرهنة العكسية :

ليكن (d_1) و (d_2) مستقيمين يتقاطعان في النقطة A

لتكن النقطتان B و M من (d_1) تختلفان عن A

لتكن النقطتان C و N من (d_2) تختلفان عن A

إذا كان $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$ وإذا كانت النقط A و B و M و A و C و N في نفس الترتيب،

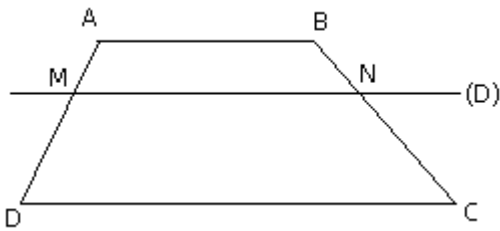
فإن $(MN) \parallel (BC)$

تطبيقات

1 - تطبيقات على شبه المنحرف:

خاصية:

$ABCD$ شبه منحرف قاعدته $[AB]$ و $[CD]$ و $(D) \parallel (AB)$ مستقيم يقطع (AD) في M و (BC) في N.



إذا كان $(D) \parallel (AB)$ أو $(D) \parallel (DC)$

$$\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} \quad \text{فإن}$$

2 - تطبيقات على المثلث

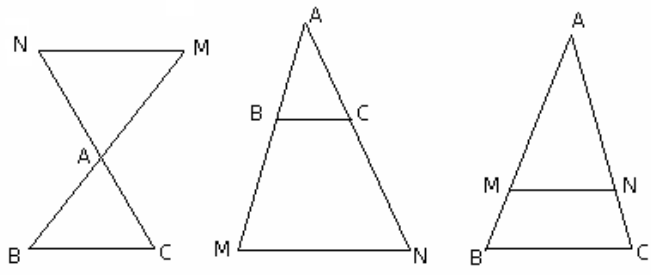
خاصية :

ABC مثلث

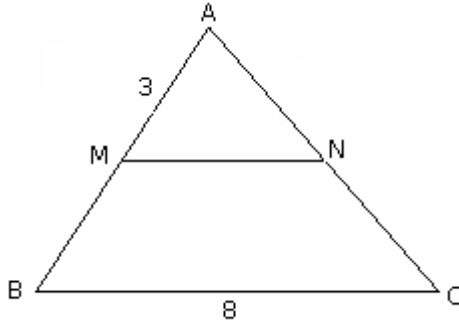
إذا كانت M نقطة من (AB) و N نقطة من (AC)

بحيث $(MN) \parallel (BC)$ ، فإن $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

:



نصوص التمارين :



(1) أنظر الشكل جانبه
حيث أن : $(MN) \parallel (BC)$
و $AM=3$ و $AB=7$ و $BC=8$
أحسب المسافة MN .

(2) (d_1) و (d_2) مستقيمان متقاطعان. على (d_1) نعتبر النقط A و B و C و D و E في هذا الترتيب بحيث:

$AB=1$ cm و $BC=2$ cm و $CD=3,5$ cm و $DE=2,5$ cm
و لتكن النقط A' و B' و C' و D' و E' من (d_2) بحيث $(AA') \parallel (BB') \parallel (CC') \parallel (DD') \parallel (EE')$
أحسب A'B' و C'D' و B'E' إذا علمت أن $A'C'=4$ cm .

(3) ABCD شبه منحرف حيث $(AB) \parallel (CD)$ ليكن (Δ) مستقيما يوازي (AB) و يقطع [AD] و [BC] في E و F على التوالي
أحسب BF و CF إذا علمت أن $AB=36$ و $AE=16$ و $FC=25$ و $ED=BF$.

(4) ABCD متوازي أضلاع و M منتصف [AB] و N منتصف [CD]
المستقيمان (MD) و (NB) يقطعان القطر [AC] في E و F على التوالي. بين أن $AE=EF=FC$.

(5) ABCD شبه منحرف حيث $(AB) \parallel (CD)$ و $AB=3$ و $CD=5$
المستقيمان (AD) و (BC) يتقاطعان في النقطة E
إذا علمت أن $EA=6$ و $EC=15$ فاحسب AD و EB و BC .

(6) AOB مثلث متساوي الساقين في O
ليكن : (BE) ارتفاعه ($E \in [AO]$) الموازي ل (AB) و المار من E يقطع (OB) في D
أ - أنشئ الشكل

ب - قارن بين $\frac{OE}{OA}$ و $\frac{OD}{OB}$ ثم استنتج أن $OE=OD$

ج - الموازي ل (AD) و المار من B يقطع (OA) في F
بين أن $OA^2 = OE \times OF$.

(7) ABC مثلث. E نقطة من [AB] حيث $AE = \frac{2}{3} AB$ و F نقطة من [AC] بحيث $AF = \frac{2}{3} AC$

1 - بين أن $(BC) \parallel (EF)$.

2 - ليكن I المسقط العمودي ل E على (BC)

و J المسقط العمودي ل F على (BC)

و المستقيم (FJ) يقطع (AB) في النقطة O

أ - قارن بين $\frac{JI}{JB}$ و $\frac{OE}{OB}$

ب - بين أن $AE \cdot BC = AB \cdot IJ$

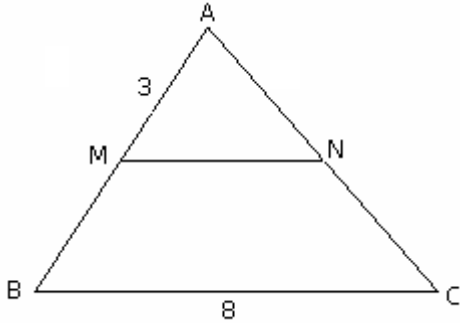
3 - منصف الزاوية [CÂO] يقطع (BC) في K

$$\frac{KB}{KC} = \frac{AE}{AF}$$

برهن على أن

8 (ABCD رباعي محدب و I نقطة تقاطع (AC) و (BD) . الموازي للمستقيم (BC) المار من A يقطع (AD) في E و الموازي للمستقيم (AD) المار من B يقطع (AC) في F أثبت أن : (EF) يوازي (DC).

حلول التمارين



1 (لدينا (MN) // (BC) و (AB) و (AC) متقاطعان في A
 $N \in (AC)$ و $M \in (AB)$ و

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

إذن حسب م.ط.م :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

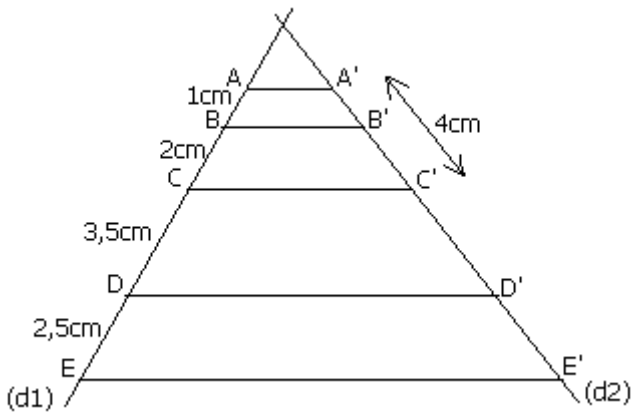
ومنه :

$$MN = \frac{BC \times AM}{AB}$$

أي :

$$MN = \frac{8 \times 3}{7} = \frac{24}{7}$$

أي : أي



2 (حسب نتائج م.ط.م لدينا $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

$$A'B' = \frac{A'C' \times AB}{AC}$$

ومنه

$$A'B' = \frac{4 \times 1}{3}$$

أي :

$$A'B' = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

أي :

(لأن $AC = AB + BC = 3 \text{ cm}$)

$$\frac{AC}{CD} = \frac{A'C'}{C'D'}$$

وكذلك

$$C'D' \times AC = CD \times A'C'$$

ومنه :

$$C'D' = \frac{CD \times A'C'}{AC}$$

أي

$$C'D' = \frac{3,5 \times 4}{3} \text{ : أي}$$

$$C'D' = \frac{14}{3} \text{ cm : أي}$$

$$\frac{AB}{BE} = \frac{A'B'}{B'E'} \text{ و كذلك}$$

$$B'E' \times AB = A'B' \times BE \text{ : أي}$$

$$B'E' = \frac{A'B' \times BE}{AB} \text{ : أي}$$

$$\frac{4}{3} \times 8$$

$$B'E' = \frac{32}{3} \text{ : أي}$$

$$B'E' = \frac{32}{3} \text{ cm : أي}$$

(لأن $BE = BC + CD + DF = 2 + 3,5 + 2,5 = 8 \text{ cm}$)

(3)

لدينا $(DC) \parallel (EF) \parallel (AB)$ و $E \in (AD)$ و $F \in (BC)$

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} \text{ حسب م.ط.م.}$$

و منه $ED \cdot BF = AE \cdot FC$ و لدينا $ED = BF$

$$BF^2 = AE \cdot FC$$

$$BF^2 = 16 \times 25 \text{ أي}$$

$$BF^2 = 4^2 \times 5^2 \text{ أي}$$

$$BF^2 = (4 \times 5)^2 \text{ أي}$$

أي $BF = 20$: إذن ، $BF > 0$ و $BF^2 = 20^2$

و لدينا كذلك حسب م.ط.م. : $\frac{CF}{CB} = \frac{GF}{AB}$

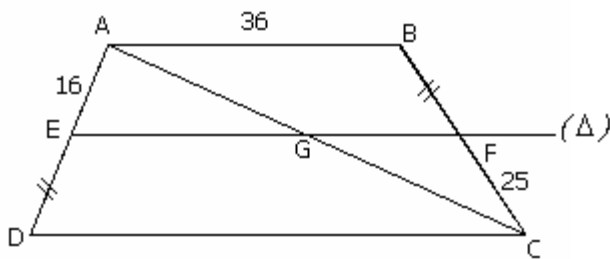
$$CB \cdot GF = CF \cdot AB \text{ إذن}$$

$$GF = \frac{CF \cdot AB}{BC} \text{ إذن}$$

$$GF = \frac{25 \times 36}{45} \text{ إذن}$$

ومنه : **GF = 20**

(4) لدينا ABCD متوازي أضلاع إذن:



:

$(AB) \parallel (CD)$ و $AB=CD$

$$\frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} \text{ ومنه}$$

أي $MB=DN$ وكذلك $(MB) \parallel (DN)$ لأن M منتصف $[AB]$ و N منتصف $[DC]$
إذن $MBND$ متوازي أضلاع و منه $(MD) \parallel (BN)$

إذن حسب م.ط.م $\frac{AM}{MB} = \frac{AE}{EF}$ لأن في المثلث ABF لدينا $(ME) \parallel (BF)$

و لدينا $AM=MB$ لأن M منتصف $[AB]$ ، أي : $\frac{AM}{MB} = 1$

إذن $\frac{AE}{EF} = 1$ أي $AE=EF$ (1)

و كذلك حسب م.ط.م: $\frac{CN}{ND} = \frac{CF}{FE}$ لأن في المثلث CDE لدينا $F \in (CE)$ و $N \in (CD)$

و لدينا $(NF) \parallel (DE)$

و لدينا $CN=ND$ لأن N منتصف $[CD]$

إذن $\frac{CF}{FE} = 1$ أي $CF=FE$ (2)

و من (1) و (2) نستنتج أن $AE=EF=FC$

ملاحظة : يمكن البرهنة على هذا السؤال بالاعتماد فقط على خاصية المنتصفات في مثلث.

5 لدينا $(AB) \parallel (DC)$ و $B \in (EC)$ و

$A \in (DE)$

(1) إذن حسب م.ط.م $\frac{EA}{ED} = \frac{EB}{EC} = \frac{AB}{DC}$

$$\frac{EA}{ED} = \frac{AB}{DC} \text{ ومنه}$$

أي $ED \cdot AB = EA \cdot DC$

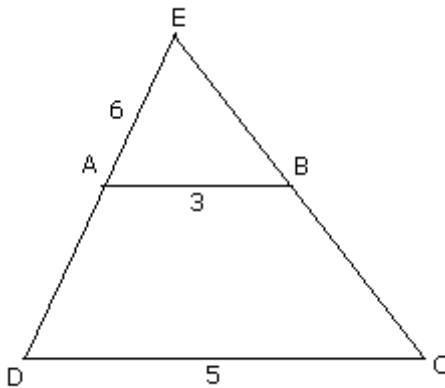
$$\text{أي } ED = \frac{EA \cdot DC}{AB}$$

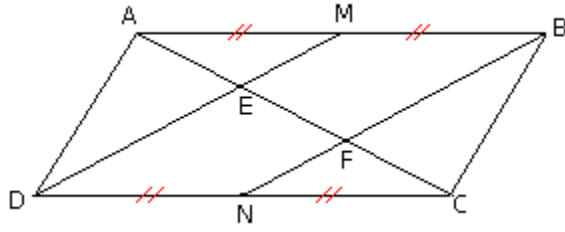
$$\text{أي } ED = \frac{6 \times 5}{3}$$

أي $ED=10$

و لدينا $ED=EA+AD$ لأن $A \in [ED]$

إذن $AD=ED-EA$





إذن $AD=10-6$
أي $AD=4$

و من (1) لدينا كذلك $\frac{EB}{EC} = \frac{AB}{DC}$

أي $EB \cdot DC = EC \cdot AB$

أي $EB = \frac{EC \times AB}{DC}$

أي $EB = \frac{15 \times 3}{5}$

أي $EB=9$

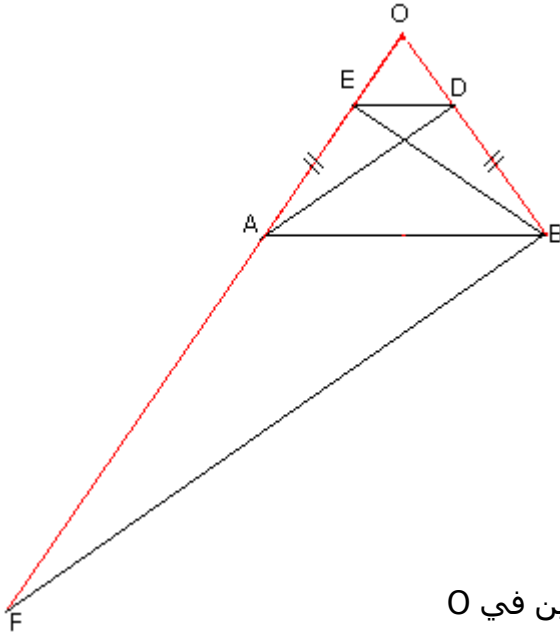
و لدينا $EC=EB+BC$ لأن $B \in [EC]$

إذن $BC = EC - EB$

إذن $BC = 15 - 9$

أي $BC = 6$

(6) أ -



ب - لدينا $(AB) \parallel (ED)$ في المثلث OAB و
 $E \in (OA)$ و $D \in (OB)$

إذن حسب م.ط.م $\frac{OE}{OA} = \frac{OD}{OB}$

و لدينا $OA=OB$ لأن OAB مثلث متساوي الساقين في O

إذن $OE=OD$

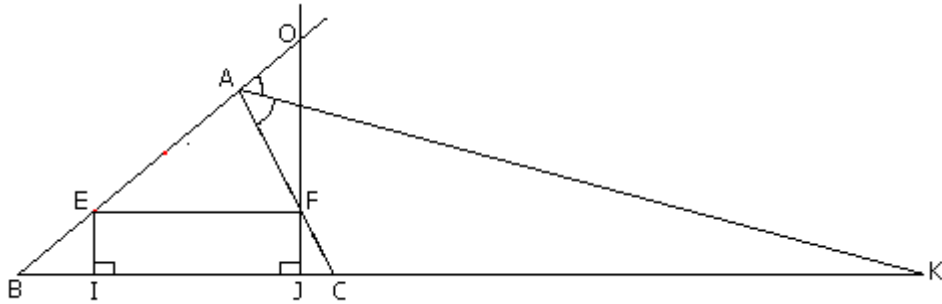
ج - لدينا $(AD) \parallel (BF)$ في المثلث OBF و $A \in (OF)$ و $D \in (OB)$

إذن حسب م.ط.م (1) $\frac{OA}{OF} = \frac{OD}{OB}$

و حسب ب- لدينا (2) $\frac{OE}{OA} = \frac{OD}{OB}$

إذن من (1) و (2) نستنتج أن $\frac{OA}{OF} = \frac{OE}{OA}$

و منه $OA^2 = OE \times OF$



$$(1) \quad \text{لدينا } AE = \frac{2}{3}AB \text{ و } AF = \frac{2}{3}AC$$

$$\text{أي } \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \text{ و منه } \frac{AF}{AC} = \frac{2}{3} \text{ و } \frac{AE}{AB} = \frac{2}{3}$$

و لدينا النقط A و E و B في نفس ترتيب النقط A و F و C بحيث $E \in (AB)$ و $F \in (AC)$
إذن حسب م.ط.ع : $(BC) \parallel (EF)$

(2) أ - في المثلث (OBJ) لدينا $(EI) \parallel (OJ)$ لأن (BC) عمودي على (EI) و كذلك (BC) عمودي على (OJ) و $E \in (OB)$ و $I \in (BJ)$

$$\text{إذن حسب م.ط.م : } \frac{OE}{OB} = \frac{JI}{JB}$$

$$\text{ب - لدينا حسب (1) } \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

و لدينا EFJI مستطيل لأن EFJI متوازي أضلاع ($(EF) \parallel (IJ)$ و $(EI) \parallel (FJ)$) و له زاوية قائمة
مثلا $[E\hat{I}J]$
إذن $EF=IJ$

$$\text{ومنه في (1) : } \frac{AE}{AB} = \frac{IJ}{BC}$$

$$\text{و منه : } AE \cdot BC = AB \cdot IJ$$

$$(3) \quad \text{لدينا حسب تطبيقات م.ط.م في المثلث } ABC : \frac{KB}{KC} = \frac{AB}{AC} \quad (1)$$

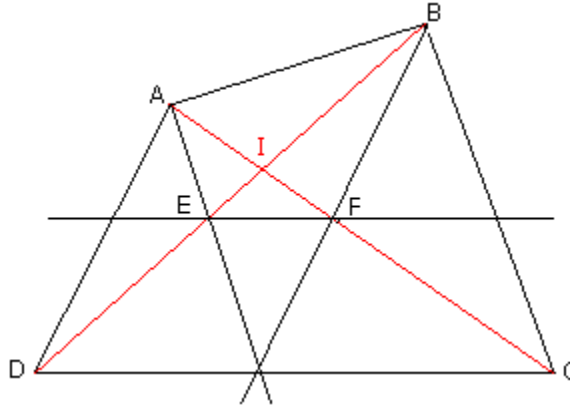
لأن K موقع المنصف الخارجي للزاوية $[B\hat{A}C]$

$$\text{و حسب (1) } \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \text{ أي } \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF} \quad (2)$$

$$\frac{KB}{KC} = \frac{AE}{AF}$$

و من (1) و (2) لدينا

(8



في المثلث ADI لدينا $F \in (AI)$ و $B \in (ID)$ و $(BF) \parallel (AD)$

$$(1) \frac{IA}{IF} = \frac{ID}{IB} = \frac{AD}{BF} : \text{إذن حسب م.ط.م.}$$

و في المثلث BCI لدينا $A \in (IC)$ و $E \in (IB)$ و $(AE) \parallel (BC)$

$$(2) \frac{IA}{IC} = \frac{IE}{IB} = \frac{AE}{BC} : \text{إذن حسب م.ط.م.}$$

من (1) و (2) لدينا :

$$\frac{IA}{IC} = \frac{IE}{IB} \text{ و } \frac{IA}{IF} = \frac{ID}{IB}$$

$$\text{إذن } IA \cdot IB = IE \cdot IC \text{ و } IA \cdot IB = IF \cdot ID$$

$$\text{و منه } IE \cdot IC = IF \cdot ID$$

$$\text{أي } \frac{IE}{IF} = \frac{ID}{IC}$$

و لدينا النقط I و E و D مستقيمية وفي نفس ترتيب النقط المستقيمية I و F و C ،

إذن حسب م.ط.ع. : $(EF) \parallel (DC)$.