المادة : الرياضيات الأستاذ : علي الشريف	درس : المتتاليات العددية www.madariss.fr	المستوى : الأ ولى علوم تجريبية ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات

القدرات المنتظرة	- توظيف الإستدلال بالترجع . - التمكن من دراسة متتالية " إكبار – إصغار – رتابة " - التعرف على متتالية حسابية أو هندسية و تحديد أساسها و حدها الأول . - حساب مجموع حدود متتابعة لمتتالية حسابية أو متتالية هندسية - التعرف على وضعيات لمتتالية حسابية أو هندسية .- - آستعما ل المتتاليات الحسا بية و الهندسية في حل مسائل
أهدا ف الدرس	- تعرف متتالية عددية - ترميز – تحديد حدود متتالية . - تعرف متتالية ترجعية و توظيف الإستدلال بالترجع - دراسة متتالية مكبورة – متتالية مصغورة – متتالية محدودة - تحديد رتابة متتالية - تعرف متتالية حسابية , و تحديد أساسها و حدها الأول - تحديد مجموع حدود متابعة لمتتالية حسابية . - - تعرف متتالية هندسية , و تحديد أساسها و حدها الأول . - تحديد مجموع حدود متابعة لمتتالية هندسية . - توظيف المتتاليات الحسابية و الهندسية في حل مسائل
التوجيهات التربوية	- يمكن تقديم مفهوم المتتاليات الترجعية من خلال و ضعيات مستقاة من مختلف المواد . - يشكل درس المتتاليات فرصة لتعويد التلاميذ على آستعمال الأدوات المعلوماتية - ينبغي آستغلال هذه المناسبة لتوظيف الإستدلال بالترجع . - ينبغي تناول هذه المناسبة لتوظيف المتتاليات الترجعية دون مغالاة.
المكتسبات القبلية	- الأعداد الصحيحة الطبيعية . - تقنيات الحساب العددي . - الإستدلال بالترجع .
الإمتدادات	- نهاية متتالية . - تستعمل المتتاليات في عدد كبير من المسائل الرياضية و الفيزيائية أيضا و التكنولوجيا خاصة المعلوميات .
فقرات الدرس	1) المتتاليات العددية . 2) المتتاليات المكبورة – المصغورة و المحدودة . 3) رتابة متتالية . 4) المتتاليات الحسابية . 5) المتتالية الهندسية . cherifalix@hotmail.com

cherifalix@hotmail.com

I) المتتاليات العددية :

■ أنشطة تمهيدية :

☺ **نشاط رقم 1** :(مفهوم متتالية عددية) أنظر السلسلة

☺ **نشاط رقم 2** : (صيغة متتالية)

☺ **نشاط رقم 3** : (المتتالية الترجعية)

■ تعريف :

- نسمي متتالية كل دالة عددية معرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية IN , أو على مجموعة الأ عداد الطبيعية الأكبر من أو يساوي عدد صحيح طبيعي n_0 .
- صورة عدد صحيح طبيعي n نرمز لها ب $u(n)$ و غالبا u_n .
- العدد n يسمى مدل الحد u_n .
- نرمز للمتتالية ب $(u_n)_{n\in IN}$ أ و $(u_n)_{n\geq n_0}$.

☜ أ مثلة :

❶ نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة بما يلي : $u_n=\dfrac{n}{n^2+1}$. هذه المتتالية معرفة بالصيغة الصريحة ل u_n بدلالة n .

يمكن حساب أي حد للمتتالية $u(n)_{n\in IN}$ بسهولة إذن :

$$u_{3254}=\frac{3254}{3254^2+1}\quad ,\quad u_{10}=\frac{10}{10^2+1}=\frac{10}{101}\quad ,\quad u_0=\frac{0}{0^2+1}=0$$

❷ نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي : $u_1=2$ و $u_{n+1}=-3u_n+1$ من أجل $n\geq 1$. هذه المتتالية معرفة بالحد الأول u_1 و بعلاقة (تسمى علاقة ترجعية) تمكن من حساب حد من حدودها أنطلاقا من الحد السابق .

لدينا مثلا من أ جل $n=1$: $u_{n+1}=u_{1+1}=-3u_1+1$ إذن : $u_2=-3\times 2+1=-5$ ثم نستعمل u_2 من أجل حساب u_3

لدينا إذن : $u_{2+1}=-3u_2+1$ إ ذن : $u_3=-3\times(-5)+1=16$ و من أجل حساب u_{50} , يجب حساب بالتتابع الحدود $u_4,......................,u_{49},u_{50}$. و هكذا .

cherifalix@hotmail.com

☺ **التمرين التطبيقي رقم 1 :** أنظر السلسلة

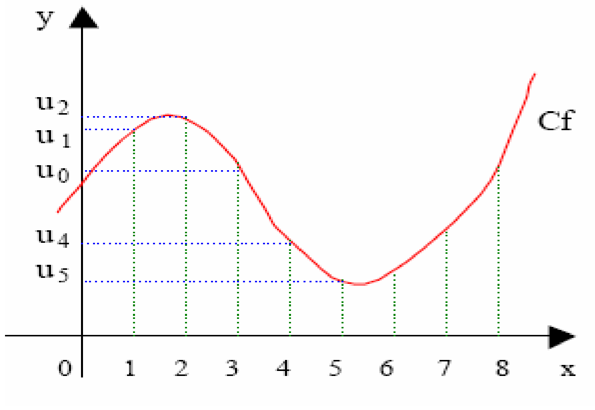
☺ **التمرين التطبيقي رقم 2 :**

☺ **التمرين التطبيقي رقم 3 :**

■ **التمثيل المبياني :**

لتكن f دالة عددية معرفة على الأقل على المجال $[0,+\infty[$ نعرف المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ بما يلي : $u_n=f(n)$.

نحصل على التمثيل المبياني للمتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ إنطلاقا من التمثيل المبياني للدالة f .



بصفة عامة التمثيل المبياني للمتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ هو مجموعة النقط المستقلة (n,u_n) حيث $n\in IN$.

II) المتتاليات المكبورة – المصغورة و المحدودة :

■ نشاط تمهيدي:

☺ **نشاط رقم4:** (المتتالية المكبورة – المصغورة – المحدودة)

■ تعريف :

لتكن $(u_n)_{n\geq n_0}$ متتالية عددية .

- $(u_n)_{n\geq n_0}$ مكبورة $\Leftrightarrow$ $\exists M\in IR \ / \ \forall n\geq n_0 : U_n\leq M$
- $(u_n)_{n\geq n_0}$ مصغورة $\Leftrightarrow$ $\exists m\in IR \ / \ \forall n\geq n_0 : U_n\geq m$.
- $(u_n)_{n\geq n_0}$ محدودة $\Leftrightarrow$ $\exists (m,M)\in IR^2 \ / \ \forall n\geq n_0 : m\leq U_n\leq M$

☜ أمثلة :

❶ نعتبر المتتالية : $U_n=\dfrac{1}{n+1}$ $(n\in IN)$ من أجل كل n من IN لدينا $U_n\geq 0$ إذن U_n مصغوة ب 0 .

و لدينا كذلك لكل n من IN : $n+1\geq 1$ إذن $\dfrac{1}{n+1}\leq 1$ إذن $U_n\leq 1$ إذن U_n مكبورة ب 1 .

بما أن $(u_n)_{n\in IN}$ مكبورة و مصغورة فإنها محدودة .

❷ نعتبر المتتالية : $U_n=\dfrac{(-1)^n+\sin n}{n^2}$; $n\in IN^*$

لدينا : $-2\leq(-1)^n+\sin n\leq 2$ و $0\leq\dfrac{1}{n^2}\leq 1$; $(\forall n\geq 1)$ إذن : $-2\leq U_n\leq 2$.

نستنتج أن $(u_n)_{n\in IN^*}$ محدودة .

☺ **التمرين التطبيقي رقم4:**

III) رتابة متتالية :

■ نشاط تمهيدي:

☺ **نشاط رقم 5:** (رتابة متتالية)

■ تعريف :

لتكن $(u_n)_{n\geq n_0}$ متتالية عددية .

- المتتالية $(u_n)_{n\geq n_0}$ تزايدية (قطعا) $\Leftrightarrow$ $(u_{n+1}\rangle u_n)$ $u_{n+1}\geq u_n$: $(\forall n\geq n_0)$
- المتتالية $(u_n)_{n\geq n_0}$ تناقصية (قطعا) $\Leftrightarrow$ $(u_{n+1}\langle u_n)$ $u_{n+1}\leq u_n$: $(\forall n\geq n_0)$
- المتتالية $(u_n)_{n\geq n_0}$ رتيبة (قطعا) $\Leftrightarrow$ تزايدية (قطعا) أو (قطعا) تناقصية .

☹ ملحوظات :

❶ تعريف متتالية تزايدية (أو تناقصية) ليس مثل تعريف دالة تزايدية (أو تناقصية) . في حالة متتالية نقارن حدين متتابعين u_n و u_{n+1}
بينما في حالة دالة نقارن صورتي عددين حقيقيين a و b كيفما كانا من مجال دراسة الرتابة .

❷ $(u_n)_{n\in IN}$ تزايدية $\Leftrightarrow$ $(\forall n\in IN)$: $u_{n+1}\geq u_n$ $\Leftrightarrow$ $u_0\leq u_1\leq u_2\leq........$.

❸ $(u_n)_{n\in IN}$ تناقصية $\Leftrightarrow$ $(\forall n\in IN) : u_{n+1}\leq u_n$ $\Leftrightarrow$ $u_0\geq u_1\geq u_2\geq........$.