

حل معادلات توول في حلها إلى معادلات من الدرجة الأولى :

مثال 1 :

حل المعادلتين $x^2 = 16$ و $(2x+8)(x-4) = 0$

$$(2x+8)(x-4) = 0$$

$$(x-4) = 0 \text{ أو } (2x+8) = 0$$

$$x = 4 \text{ أو } x = \frac{-8}{2} = -4$$

$$S = \{-4, 4\}$$

$$x^2 = 49$$

$$x = -\sqrt{49} \text{ أو } x = \sqrt{49}$$

$$x = -7 \text{ أو } x = 7$$

$$S = \{-7, 7\}$$

مثال 2 :

حل المعادلتين $|-x+5| = 9$ و $|4x+12| = 0$

$$|-x+5| = 9$$

$$-x+5 = -9 \text{ أو } -x+5 = 9$$

$$-x = -9-5 \text{ أو } -x = 9-5$$

$$-x = -14 \text{ أو } -x = 4$$

$$x = 14 \text{ أو } x = 4$$

$$S = \{4, 14\}$$

$$|4x+12| = 0$$

$$4x+12 = 0$$

$$4x = -12$$

$$x = \frac{-12}{4} = -3$$

$$S = \{-3\}$$

مثال 3 :

حل المعادلتين $\frac{2x-1}{x+3} = 4$ و $\frac{x-3}{x+4} = 0$

$$\frac{2x-1}{x+3} = 4$$

$$2x-1 = 4(x+3)$$

$$2x-1 = 4x+12$$

$$-2x = 13$$

$$x = \frac{13}{-2}$$

$$S = \left\{ \frac{13}{-2} \right\}$$

$$\frac{x-3}{x+4} = 0$$

$$x-3 = 0$$

$$x = 3$$

$$S = \{3\}$$

تمرين تطبيقي : حل في \mathbb{R} المعادلات التالية : $(5x-2)(2x-1) = 0$ و $(-x+2)(6x-3) = 0$ و $x^2 = 64$ و $x^2 - 100 = 0$ و $3x^2 = 12$ و $\frac{x-2}{3x-1} = -2$ و $\frac{3x-2}{x-1} = 5$ و $\frac{5x-2}{2x-1} = 0$ و $|x+7| = 0$ و $|-x+7| = 2$.

قاعدة تحديد إشارة الحدانية : $ax + b$

1 - حل المعادلة $ax + b = 0$. الحل هو $-\frac{b}{a}$. 2 - وضع جدول الإشارات .

$-\infty$ $\frac{-b}{a}$ $+\infty$

$ax + b$	إشارة a	عكس إشارة a
----------	-----------	---------------

مثال 1 :

ضع جدول إشارات الحدانية $-2x - 6$.

1 - حل المعادلة $-2x - 6 = 0$. الحل هو $-\frac{6}{-2} = 3$. 2 - وضع جدول الإشارات .

$-\infty$ 3 $+\infty$

$-2x - 6$	+	-
-----------	---	---

مثال 2 :

حدد إشارة $(x-1)(-x-4)$

1 - نحل المعادلتين $x-1=0$ و $-x-4=0$.

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$-x-4=0 \Rightarrow -x=4 \Rightarrow x=-4$$

2 - نضع جدول الإشارات مع ترتيب الحلين المحصل عليهما .

$-\infty$ -4 1 $+\infty$

$x-1$	-	-	+
$-x-4$	+	-	-
$(x-1)(-x-4)$	-	+	-

تمرين رقم 3 :

ضع جدول إشارات الكتابات التالية : $3x - 9$ و $-x + 5$ و $-2x + 4$ و $\frac{x-3}{x+1}$ و $\frac{(x-2)(2x+10)}{x-1}$ و $(2x-8)(x+4)$

حل معادلات من الدرجة الثانية :

مثال 1 : حل المعادلة $2x^2 - 3x + 4 = 0$
نحسب أولا مميز المعادلة

$$\Delta = (-3)^2 - 4(+2)(+4)$$

$$\Delta = 9 - 32$$

$$\Delta = -23$$

بما ان $\Delta < 0$

فإن المعادلة $2x^2 - 3x + 4 = 0$ ليس لها حل

$$S = \emptyset \quad \text{إن}$$

مثال 3 :

نحسب أولا مميز المعادلة

حل المعادلة $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(+1)(-8)$$

$$\Delta = 4 + 32$$

$$\Delta = 36$$

بما ان $\Delta > 0$

فإن المعادلة $x^2 - 2x - 8 = 0$ لها حلان مختلفان x_1 و x_2 بحيث

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-(-2) - \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{2 - 6}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-(-2) + \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{2 + 6}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$S = \{-2, 4\} \quad \text{إن}$$

تمرين تطبيقي : حل في \mathbb{R} المعادلات التالية :

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \text{و} \quad 2x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \text{و} \quad x^2 - 8x + 16 = 0 \quad \text{و} \quad x^2 - 3x + 4 = 0$$

حل مترجمات من الدرجة الثانية :

مثال 1 : حل المترجمة $2x^2 - 3x + 4 < 0$

نحسب أولا المميز $\Delta = -23$
بما ان $\Delta < 0$ فإن العادلة لا تقبل حلا .

x	-∞	+∞
$2x^2 - 3x + 4$	+	+
إشارة المعامل 2		

بما أن $2x^2 - 3x + 4 < 0$ إذن نبحت عن إشارة -
الإشارة - لا توجد في الجدول إذن $S = \emptyset$

مثال 2 : حل المترجمة $-2x^2 + 8x + 8 > 0$

نحسب أولا المميز $\Delta = 0$
بما ان $\Delta = 0$ فإن المعادلة لها حل واحد $x = 2$

x	-∞	2	+∞
$2x^2 - 3x + 4$	+	○	+
إشارة المعامل 2			

بما أن $-2x^2 + 8x + 8 > 0$ إذن نبحت عن إشارة +
الإشارة + توجد في الجدول على يمين 2 و على يسار 2 .
إن $S =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

مثال 2 : حل المترجمة $-2x^2 + 8x + 8 > 0$

نحسب أولا المميز $\Delta = 0$
إن المعادلة تقبل حلان مختلفان $x_1 = 4$ و $x_2 = -2$

x	-∞	-2	4	+∞
$-2x^2 + 8x + 8$	-	○	+	-
إشارة المعامل -2				

بما أن $-2x^2 + 8x + 8 > 0$ إذن نبحت عن إشارة +
الإشارة + توجد في الجدول ما بين -2 و 4
إن $S =]-2, 4[$

تمرين تطبيقي : حل في \mathbb{R} المترجمات التالية :

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \text{و} \quad 2x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \text{و} \quad x^2 - 8x + 16 = 0 \quad \text{و} \quad x^2 - 3x + 4 = 0$$

تمرين :

حل في \mathbb{R} المعادلات التالية :

$$(x-1)(x^2-3x+9)=0 \text{ و } (2x+3)(-x^2+4x-9)=0$$

$$\frac{x^2-x-6}{x+4}=0 \text{ و } (2x^2+x-1)(-3x^2+6x-3)=0$$

حل في \mathbb{R} المترجمات التالية :

$$\frac{x^2-x-6}{x+4} > 0 \text{ و } (2x^2+x-1)(-3x^2+6x-3) \leq 0 \text{ و } (x-1)(x^2-3x+9) < 0$$

حل نظمات معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

$$\begin{cases} 2x-y=1 \\ -3x+4y=2 \end{cases} \text{ مثال 1 : حل النظمة التالية}$$

نحسب المحددات D و D_x و D_y :

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 4 - (-3) \times (-1) = 8 - 3 = 5$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 2 \times (-1) = 4 + 2 = 6$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - (-3) \times 1 = 4 + 3 = 7$$

في حالة $D \neq 0$ فإن النظمة تقبل حلا وحيدا هو الزوج (x, y) بحيث :

$$S = \left\{ \left(\frac{6}{5}, \frac{7}{5} \right) \right\} \text{ ونكتب } y = \frac{D_y}{D} = \frac{7}{5} \text{ و } x = \frac{D_x}{D} = \frac{6}{5}$$

$$\begin{cases} -4x+2y=-1 \\ 8x-4y=3 \end{cases} \text{ مثال 2 : حل النظمة التالية}$$

نحسب المحددات D و D_x و D_y :

$$D = \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 8 & -4 \end{vmatrix} = -4 \times (-4) - 8 \times 2 = 16 - 16 = 0$$

$$D_x = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = (-1) \times (-4) - 3 \times 2 = 4 - 6 = -2$$

$$D_y = \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = (-4) \times 3 - 8 \times (-1) = -12 + 8 = -4$$

في حالة $D = 0$ و $D_x \neq 0$

أو $D = 0$ و $D_y \neq 0$ فإن النظمة لا تقبل حلا
إذن $S = \emptyset$

$$\text{مثال 3 : حل النظمة التالية } \begin{cases} 3x-y=1 \\ -6x+2y=-2 \end{cases}$$

نحسب المحددات D و D_x و D_y :

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 2 \end{vmatrix} = 3 \times 2 - (-6) \times (-1) = 6 - 6 = 0$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times 2 - (-2) \times (-1) = 2 - 2 = 0$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{vmatrix} = 3 \times (-2) - (-6) \times 1 = -6 + 6 = 0$$

في حالة $D = 0$ و $D_x = 0$ و $D_y = 0$ فإن النظمة تقبل عدة حلول و هي مجموعة حلول معادلة من

المعادلتين : $3x - y = 1$ أو $-6x + 2y = -2$

نحل المعادلة $3x - y = 1$ يعني $-y = 1 - 3x$ يعني $y = -1 + 3x$

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = -1 + 3x\}$$

تمرين تطبيقي : حل في \mathbb{R}^2 النظمات التالية :

$$\begin{cases} -3x+4y=-1 \\ 9x-12y=2 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} -5x-2y=3 \\ -10x-4y=6 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} -2x+5y=5 \\ 4x-y=-1 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} 2x+4y=6 \\ -4x-y=-5 \end{cases}$$

مسائل :

1 - حوار بين الأب و ابنه .

قال الأب لابنه: الآن عمري أربعة أضعاف عمرك .

فرد الولد قائلا : بعد عشرين سنة سيصبح عمري نصف عمرك .

حدد عمر الأب و الإبن .

2 - يحتوي كيس على 20 ورقة نقدية من فنتي 20 dh و 10 dh .

إذا علمت أن المبلغ الذي تمثله هذه النقود هو 350 dh فحدد عدد الاوراق النقدية من كل فئة .

