- **تمرين01:**

لتكن A و B نقطتين مختلفتين من المستوى (P) بحيث : $AB=5$.

1)- أنشئ النقطتين G و K بحيث :

$G=bar\{(A,2);(B,3)\}$ و $K=bar\{(A,-1);(B,6)\}$.

2)- حدد ثم أنشئ في المستوى (P) المجموعات التالية :

$$\mathrm{E}_1=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=10\right\}$$

$$\mathrm{E}_2=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|-\overrightarrow{MA}+6\overrightarrow{MB}\right\|\right\}$$ و

$$\mathrm{E}_3=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left(2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right).\left(-\overrightarrow{MA}+6\overrightarrow{MB}\right)=0\right\}$$ و .

- **تمرين02:**

ليكن ABC مثلثا و I و J و K ثلاث نقط من المستوى (P) بحيث :

$I=bar\{(A,3);(B,2)\}$ و $J=bar\{(A,3);(C,4)\}$

$K=bar\{(B,2);(C,-4)\}$.

1)- أثبت أن K هي مرجح النقطتين I و J متزنتين بوزنين يجب تحديدهما .

2)- إستنتج أن النقط I و J و K مستقيمية ، ثم حدد موضع K على المستقيم (IJ) .

- **تمرين03:**

ليكن ABC مثلثا مركز ثقله G ، H و L نقطتين من (P) بحيث :

$H=bar\{(A,-2);(B,1)\}$ و $L=bar\{(A,3);(C,1)\}$

1)- أنشئ النقطتين H و L ، ثم بين أن G هي مرجح H و L متزنتين بوزنين يجب تحديدهما.

2)- إستنتج أن G و H و L مستقيمية ، ثم حدد الوضع النسبي ل G بالنسبة للنقطتين H و L .

- **تمرين04:**

ليكن $ABCD$ مربعا مركزه O و طول ضلعه a .

1)- أنشئ النقطتين G_1 و G_2 حيث :

$G_1=bar\{(A,3);(B,4)\}$ و $G_2=bar\{(B,3);(C,4)\}$.

2)- نعتبر النقطتين G_3 و G_4 حيث :

$G_3=bar\{(C,3);(D,4)\}$ و $G_4=bar\{(D,3);(A,4)\}$.

بين أن النقطة O هي منتصف القطعتين $[G_1G_3]$ و $[G_2G_4]$.

ثم أنشئ النقطتين G_3 و G_4 .

3)- بين أن الرباعي $G_1G_2G_3G_4$ مربع و حدد طول ضلعه .

- **تمرين05:**

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O ، النقطة I هي منتصف القطعة $[AB]$

و J نقطة من القطعة $[BC]$ بحيث : $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1)- حدد إحداثيتي المتجهتين $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{IJ}$ في الأساس $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$.

2)- بين أن المستقيمين (BD) و (IJ) يتقاطعان في نقطة G .

3)- بين أن النقطة G هي مرجح النقطتين I و J متزنتين بوزنين يجب تحديدهما .

4)- حدد إحداثيتي النقطة G في المعلم $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$.

- **تمرين06:**

لتكن A و B نقطتين مختلفتين و I هي منتصف القطعة $[AB]$.

نربط كل نقطة M من المستوى (P) بالنقطتين M' و M'' بحيث :

$M'=bar\{(A,-1);(B,1);(M,2)\}$ و $M''=bar\{(A,1);(B,1);(M,-1)\}$

1)- بين أن التطبيق الذي يربط النقطة M بالنقطة M' إزاحة يجب تحديد متجهتها .

2)- بين أن التطبيق الذي يربط النقطة M بالنقطة M'' تماثل مركزي و حدد مركزه .

3)- حدد المحل الهندسي للنقطتين M' و M'' عندما تتغير النقطة M على الدائرة (C) التي مركزها A و المارة من النقطة I .

- **تمرين07:**

لتكن A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية من المستوى (P)

لكل نقطة M من (P) نعتبر النقط A' و B' و C' مماثلات M بالنسبة لمنتصفات القطع المقابلة للنقط A و B و C على التوالي .

1)- بين أن المستقيمات (AA') و (BB') و (CC') متلاقية في نقطة M' .

2)- ماهي طبيعة الرباعيات $ABA'B'$ و $BCB'C'$ و $ACA'C'$ ؟ علل جوابك .

3)- بين أن التطبيق f الذي يربط النقطة M بالنقطة M' تحاك و حدد مركزه و نسبته .

- **تمرين08:**

ليكن ABC مثلثا متساوي الساقين بحيث : $AB=AC=3$ و $BC=2$.

النقطة A' هي منتصف القطعة $[BC]$ و النقطة H هي مركز تعامد المثلث ABC .

1)- بين أن : $\cos\theta=\frac{7}{9}$ ، حيث θ هو قياس الزاوية $\widehat{BAC}$.

2)- النقطة B' هي المسقط العمودي ل B على المستقيم (AC) ، بين أن B' هي مرجح النقطتين A و C متزنتين بوزنين يجب تحديدهما .

3)- إستنتج أن H هي مرجح النقط A و B و C متزنة بأوزان يجب تحديدها .

- **تمرين09:**

ليكن ABC مثلثا و G و Q و R ثلاث نقط من المستوى (P) بحيث :

$G=bar\{(A,3);(B,1);(C,1)\}$ و $Q=bar\{(A,3);(C,1)\}$

و $R=bar\{(A,3);(B,1)\}$.

1)- بين أن المستقيمين (BQ) و (CR) يتقاطعان في النقطة G .

2)- النقطة P هي منتصف القطعة $[BC]$ ، بين أن النقط A و P و G مستقيمية ثم عبر عن المتجهة $\overrightarrow{PG}$ بدلالة $\overrightarrow{PA}$.

3)- نفترض أن النقطتين B و C ثابتتين و لتكن (C) الدائرة التي أحد أقطارها $[BC]$.

حدد المحل الهندسي (Γ) لمجموعة النقط G عندما تتغير النقطة A على الدائرة (C) .

- **تمرين10:**

ليكن ABC مثلثا و I و J و K ثلاث نقط من المستوى (P) بحيث :

$I=bar\{(A,1);(C,1)\}$ و $J=bar\{(A,1);(B,2)\}$ و $K=bar\{(B,-4);(C,1)\}$

1)- بين أن النقط I و J و K مستقيمية .

2)- النقط A' و B' و C' هي على التوالي منتصفات القطع $[AK]$ و $[BI]$ و $[CJ]$.

عبر عن المتجهات $\overrightarrow{AA'}$ و $\overrightarrow{BB'}$ و $\overrightarrow{CC'}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

3)- إستنتج أن النقط A' و B' و C' مستقيمية ، ثم حدد موضع B' على المستقيم $(A'C')$.

- **تمرين11:**

ليكن ABC مثلثا متساوي الأضلاع طول ضلعه $AB=a$.

لتكن M نقطة داخل المثلث و H و K و L هي على التوالي المساقط العمودية للنقطة M على (BC) و (AC) و (AB) .

1)- بين أن : $MH+MK+ML=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

2)- المستقيم المار من M و الموازي ل (BC) يقطع (AC) في النقطة E ، و المستقيم المار من M و الموازي ل (AB) يقطع (BC) في النقطة F ، و المستقيم المار من M و الموازي ل (AC) يقطع (AB) في النقطة G . بين أن : $ME+MF+MG=a$.

3)- ننسب المستوى (P) إلى المعلم $\left(B,\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث : $\vec{i}=\frac{1}{a}\overrightarrow{BC}$ و $\vec{j}=\frac{1}{a}\overrightarrow{BA}$.

حدد إحداثيتي مرجح النظمة المتزنة $\{(A,MF);(B,ME);(C,MG)\}$ ، ثم بين أن هذا المرجح هو M .

4)- إستنتج أن : $M=bar\{(A,CE),(B,AG);(C,BF)\}$.

- **تمرين12:**

ليكن ABC مثلثا بحيث : $\alpha=BC$ و $\beta=AC$ و $\gamma=AB$.

المنصف الداخلي للزاوية $\widehat{BAC}$ يقطع القطعة $[BC]$ في النقطة I و المستقيم المار من C و الموازي ل (AI) يقطع المستقيم (AB) في النقطة D .

1)- بين أن المثلث ADC متساوي الساقين ، ثم إستنتج أن : $\frac{IB}{IC}=\frac{\gamma}{\beta}$.

2)- بين أن : $I=bar\{(B,\beta);(C,\gamma)\}$.

3)- النقطتين J و K هما على التوالي تقاطع المنصفين الداخليين للزاويتين $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ACB}$ مع القطعتين $[AC]$ و $[AB]$ و O هي مرجح النقط (A,α) و (B,β) و (C,γ) .

بين أن : $J=bar\{(A,\alpha);(C,\gamma)\}$ و $K=bar\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$.

4)- إستنتج أن المنصفات الداخلية للمثلث ABC متلاقية في النقطة O .

- **تمرين13:**

لتكن A و B نقطتين مختلفتين من المستوى (P) و k عدد حقيقي موجب قطعا .

و نعتبر المجموعة : $(\Gamma_k)=\left\{M\in(\mathrm{P})/\dfrac{MA}{MB}=k\right\}$.

1)- حدد طبيعة المجموعة (Γ_1) .

2)- نفترض أن $k\in\mathbb{R}_+^*-\{1\}$ ، بين أن :

$(\Gamma_k)=\left\{M\in(\mathrm{P})/\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{MJ}=0\right\}$ ، حيث I و J نقطتين من (P) بحيث :

$I=bar\{(A,1);(B,k)\}$ و $J=bar\{(A,1);(B,-k)\}$.

ثم إستنتج طبيعة المجموعة (Γ_k) .

3)- تطبيق:

حدد ثم أنشئ المجموعة : $(\Sigma)=\left\{M\in(\mathrm{P})/3MA^2+2MB^2=7.MA\times MB\right\}$.

حيث A و B نقطتين مختلفتين من المستوى (P) بحيث $AB=4$.

- **تمرين14:**

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O بحيث :

$AB=5cm$ و $AC=6cm$ و $BD=7cm$.

و نعتبر النقطتين I و J بحيث : $I=bar\{(A,3);(C,-1)\}$ و $J=bar\{(B,5);(D,2)\}$

1)- أنشئ الشكل .

2)- بين أن : $D=bar\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ حيث α و β و γ يجب تحديدها .

3)- حدد ثم أنشئ المجموعتين :

$\mathrm{E}_1=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left\|3.\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}\right\|\right\}$

و $\mathrm{E}_2=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right\|\right\}$.

4)- نعتبر النقطة K مرجح النظمة المتزنة : $\{(A,-6);(B,5);(C,2);(D,2)\}$.

بين أن النقط I و J و K مستقيمية ، ثم أنشئ النقطة K .

- **تمرين15:**

ليكن $ABCD$ شبه منحرف محذب ضلعاه المتوازيان هما $[AB]$ و $[CD]$ ، و لتكن O نقطة تقاطع قطريه $[AC]$ و $[BD]$.

النقطة I هي مرجح النظمة المتزنة $\{(A,3);(B,-2)\}$ و J هي مماثلة النقطة C بالنسبة ل B ، و النقطة K محددة بالعلاقة المتجهية : $\overrightarrow{AK}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

1)- أنشئ شكلا تتحقق فيه المعطيات ، ثم أتمم إنشائه كلما أضيفت معطيات أخرى فيما يلي .

2)- بين أن النقطة J هي مرجح النقطتين B و C متزنتين بوزنين يجب تحديدهما .

3)- بين أن النقطة K هي مرجح النقطتين A و C متزنتين بوزنين يجب تحديدهما .

4)- بين أن المستقيمات (AJ) و (BK) و (CI) متلاقية في نقطة يجب تحديدها .

5)- حدد طبيعة المجموعة :

$\mathrm{E}=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left\|3.\overrightarrow{AM}-2.\overrightarrow{BM}\right\|=\left\|-2.\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\right\|\right\}$.

6)- نعتبر التحاكي h الذي مركزه النقطة O و يحول A إلى C .

أ- أنشئ النقطة B' صورة B بالتحاكي h معللا إنشائها .

ب- نضع $I'=h(I)$ ، بين أن النقطة I' هي مرجح النقطتين C و D متزنتين بوزنين يجب تحديدهما .

ج- أنشئ النقطة D' صورة D بالتحاكي h معللا إنشائها .

abouzakariya@yahoo.fr