

## تصحيح المسائل المقترحة

### المسألة 1

1- بما أن كمية النفايات الواجب تخفيضها كل سنة هي 4% من كمية السنة التي قبلها وبما أن كمية النفايات سنة 1997 هي 50000 طن فإن كمية النفايات الواجب تخفيضها سنة 1998 هي:  $2000 = 50000 \times 4\%$  طن  
وبالتالي فإن كمية النفايات المتبقية سنة 1998 هي:  $48000 = 50000 - 2000$  طن. وهذا يعني أن صاحب المصنع قد احترم التزامه .

2- أ- إذا كانت  $u_n$  هي كمية النفايات لسنة  $1997+n$  فإن  $u_{n+1}$  هي كمية النفايات لسنة  $1997+(n+1)$  أي للسنة الموالية لسنة  $1997+n$  ومنه فإن :

$$u_{n+1} = u_n \left(1 - \frac{4}{100}\right) = 0,96 \times u_n \quad \text{وبالتالي فإن : } u_{n+1} = u_n - u_n \times 4\%$$

وهذا يعني أن  $(u_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = 0,96$  وحدها الأول  $u_0 = 50000$

ب- بما أن  $(u_n)$  متتالية هندسية فإن :  $u_n = u_0 q^n$  أي  $u_n = 50000 \times (0,96)^n$  .

3- لدينا  $2007 = 1997 + 10$  إذا كمية النفايات المتوقعة سنة 2007 هي  $u_{10}$

وحسب نتيجة السؤال (2) ب- فإن :  $u_{10} = 50000 \times (0,96)^{10} \approx 33241,63$

### المسألة 2

1- إذا كان عدد المنخرطين بعد مرور  $n$  سنة هو  $a_n$  فإن  $a_{n+1}$  هو عدد المنخرطين بعد مرور  $n+1$  سنة أي في السنة الموالية . وبما أن 80% من المنخرطين يجددون انخراطهم في السنة

الموالية ويضاف إليهم 500 منخرط جديد فإن :  $a_{n+1} = \frac{80}{100}a_n + 500$

$$\text{أي } a_{n+1} = \frac{4}{5}a_n + 500$$

2- لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  نضع :  $u_n = 2500 - a_n$  .

أ- لدينا لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :

$$u_{n+1} = 2500 - a_{n+1} = 2500 - \left(\frac{4}{5}a_n + 500\right)$$

$$= 2000 - \frac{4}{5}a_n$$

$$= \frac{4}{5}(2500 - a_n)$$

$$= 0,8u_n$$

ب- حسب نتيجة السؤال السابق فإن  $(u_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = 0,8$

$$u_n = 1500 \times (0,8)^n \quad \text{إذا} \quad u_0 = 2500 - a_0 = 1500 \quad \text{وحدها الأول}$$

$$\text{وبما أن } a_n = 2500 - u_n \text{ فإن } a_n = 2500 - 1500 \times (0,8)^n = 500 [5 - 3(0,8)^n]$$

3- لمعرفة بعد كم سنة سيفوق عدد المنخرطين 2200 يجب تحديد العدد الطبيعي  $n_0$  الذي يحقق

$$: \quad n \geq n_0 \Rightarrow a_n > 2200 \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{N} .$$

$$a_n > 2200 \Leftrightarrow 500 [5 - (0,8)^n] > 2200$$

$$\Leftrightarrow 5 [5 - 3(0,8)^n] > 22$$

$$\Leftrightarrow 3 > 15(0,8)^n$$

$$\Leftrightarrow (0,8)^n < \frac{1}{5} = 0,2$$

$$\Leftrightarrow n \log(0,8) < \log(0,2)$$

$$(\log(0,8) < 0 \text{ لأن}) \Leftrightarrow n > \frac{\log(0,2)}{\log(0,8)} \approx 7,212$$

وبالتالي فإن عدد المنخرطين سيفوق 2200 بعد 8 سنوات .

### المسألة 3 :

1- حساب  $u_1$  و  $u_2$  :

$$\text{بما أن } u_{n+1} = 0,8u_n + 2400 \text{ فإن } u_1 = 0,8 \times u_0 + 2400$$

$$= 0,8 \times 650.000 + 2400 = 522.400$$

$$\text{وبالمثل : } u_2 = 0,8 \times u_1 + 2400 \quad \text{إذا} \quad u_2 = 420.320$$

2- نضع  $v_n = u_n - 12.000$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

$$\text{أ- لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ لدينا : } v_{n+1} = u_{n+1} - 12.000$$

$$= 0,8u_n + 2400 - 12.000 = 0,8u_n - 9.600$$

$$= (0,8)[u_n - 12.000] = 0,8v_n$$

إذا  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = 0,8$  وحدها الأول  $v_0 = u_0 - 12.000 = 638.000$

ب- بما أن  $(v_n)$  متتالية هندسية فإن  $v_n = v_0 \times q^n$  إذا  $v_n = 638.000 \times (0,8)^n$

$$\text{ومنه فإن } u_n = v_n + 12.000 = 638.000 \times (0,8)^n + 12.000$$

$$\text{ت- لدينا } u_n < 200.000 \Leftrightarrow 638.000 \times (0,8)^n + 12.000 < 200.000$$

$$\Leftrightarrow (0,8)^n < \frac{200.000 - 12.000}{638.000} = \frac{94}{319}$$

$$\Leftrightarrow n \log(0,8) < \log 94 - \log 319$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\log 94 - \log 319}{\log(0,8)} \simeq 5,47$$

إذن فقيمة الآلة ستصبح أقل من 200.000 درهم بعد 6 سنوات .