

$$(n-2) \wedge (n+2001) = 2003$$

(2) حدد قيم n حيث $U_n \in \mathbb{Z}$

تمرين (6)

(1) أحسب $(4^5 - 1) \wedge (4^6 - 1)$

(2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي

$$\begin{cases} u_0 = 0; u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 5u_{n+1} - 4u_n \end{cases}$$

(أ) أحسب u_2 و u_3 و u_4 .

(ب) بين أن $u_{n+1} = 4u_n + 1$ لكل n من \mathbb{N} .

(ج) بين أن $u_n \in \mathbb{N}$ لكل n من \mathbb{N} .

(د) استنتج لكل n من \mathbb{N} قيمة $u_n \wedge u_{n+1}$.

(3) لتكن المتتالية (v_n) حيث $v_n = u_n + \frac{1}{3}$ لكل n من \mathbb{N} .

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية.

(ب) أحسب v_n و u_n بدلالة n .

(ج) حدد لكل n من \mathbb{N} : $(4^n - 1) \wedge (4^{n+1} - 1)$

تمرين (7)

(1) أحسب $(t+1)^3 + (t-1)^3 + (-t)^3 + (-t)^3$

من أجل t في \mathbb{Z} واستنتج أن كل عدد صحيح نسبي قابل للقسمة على 6 يكتب على شكل مجموع أربع مكعبات.

(2) بين أن $6/r^3 - r$ لكل r من $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. ثم استنتج أن $6/6k+r-(6u+r)^3$ مهما يكن $(k; u)$ من \mathbb{Z}^2 .

(3) بين كل عدد صحيح نسبي يكتب على شكل مجموع خمس مكعبات.

تمرين (8) حل في \mathbb{Z} : $\begin{cases} n \equiv 1[2] \\ n \equiv 0[3] \end{cases}$

تمرين (9) ليكن العدد $A = \overline{abc}^{10}$

بين أنه إذا كان $A \equiv 0[17]$ فإن

$$(2a - c)^2 + 2b^2 \equiv 0[17]$$

تمرين (1) ليكن $n \in \mathbb{N}$.

(1) أدرس حسب قيم n بواقي القسمة الإقليدية للأعداد 4^n و 3^n على 7.

(2) بين أن $(78 \times 4^{3n+1} + 3^{6n+1}) \equiv 0[7]$

تمرين (2)

(1) بين أن لكل n من \mathbb{N} :

$$(10)^n - (-1)^n \equiv 0[11]$$

(2) أوجد باقي القسمة الإقليدية للعدد 134421 على 11 بدون إجراء هذه القسمة.

تمرين (3)

لتكن المتتالية (u_n) حيث $u_n = 2^n + 3^n$ لكل n من \mathbb{N} .

(1) بين أن u_n و u_{n+1} أوليان فيما بينهما.

(2) بين أن $u_n \wedge u_{n+2} \in \{1; 5\}$.

(3) حدد قيم n حيث $u_n \wedge u_{n+2} = 5$.

تمرين (4)

(1) ليكن x و y من \mathbb{Z} .

حدد البواقي الممكنة للقسمة الإقليدية للعدد $x^2 - 3y^2$ على 4.

(2) هل يوجد $(x, y, z) \in \mathbb{Z}^3$ بحيث:

$$x^2 - 3y^2 + 4z = 3$$

تمرين (5)

$$U_n = \frac{n+2001}{n-2} \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{Z} - \{-2001; 2\}$$

(1) بين أن:

$$(n-2) \wedge (n+2001) = (n-2) \wedge 2003$$

(ب) تحقق أن 2003 عدد أولي.

(ج) استنتج القيم الممكنة للعدد $(n-2) \wedge (n+2001)$:

(د) حدد مجموعة قيم n حيث: