دراسة تحليلية للفلكة في الفضاء

ملا حظة : في مايلي الفضاء E منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1) المعادلة المختصرة للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(a,b,c)$ وشعاعها R هي :

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$

2) المعادلة $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ هي معادلة لفلكة إذا وفقط إذاكان $a^2+b^2+c^2-d\succ 0$ وفي هذه الحالة فإن مركز الفلكة هو $\Omega(a,b,c)$ وشعاعها R بحيث : $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$

3) لتكن $A(x_A,y_A,z_A)$ و $B(x_B,y_B,z_B)$ نقطتين من الفضاء الأقليدي E

الفلكة التي أحد أقطارها $[AB]$ هي مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء E بحيث:

$$\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{BM}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-x_A)(x-x_B)+(y-y_A)(y-y_B)+(z-z_A)(z-z_B)=0$$

4) تقاطع فلكة ومستوى:

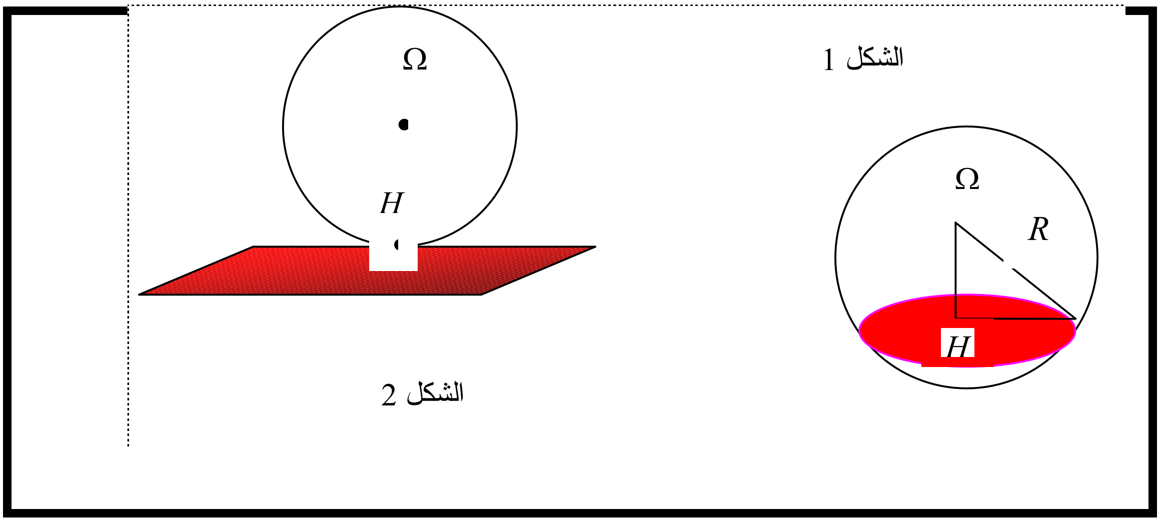
نعتبر في الفضاء E مستوى (P) وفلكة (S) مركزها Ω وشعاعها R

لتكن النقطة H المسقط العمودي للنقطة Ω على (P) و d مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) . $(d=\Omega H)$

*إذا كان $d\succ R$ فإن $(S)\cap(P)=\varnothing$

* إذا كان $d\prec R$ فإن $(S)\cap(P)=(C)$ حيث (C) هي الدائرة التي مركزها H و شعاعها r حيث $r=\sqrt{R^2-d^2}$ (الشكل 1)

* إذا كان $d=R$ فإن $(S)\cap(P)=\{H\}$ و في هذه الحالة نقول أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) عند النقطة H (الشكل 2)



5) تقاطع فلكة ومستقيم:

نعتبر في الفضاء مستقيما (D) وفلكة (S) مركزها Ω وشعاعها R

لتكن النقطة H المسقط العمودي للنقطة Ω على (D) و d مسافة النقطة Ω عن المستقيم (D). $(d = \Omega H)$

*إذا كان $d \succ R$ فإن $(S)\cap(D)=\varnothing$

* إذا كان $d \prec R$ فإن $(S)\cap(D)=\{A,B\}$ حيث A و B نقطتان من (D) تحققان $HA = HB = \sqrt{R^2 - d^2}$ (الشكل2)

* إذا كان $d = R$ فإن $(S)\cap(D)=\{H\}$ و في هذه الحالة نقول أن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) عند النقطة H (الشكل 1)