

سلسلة رقم 6

ذ: عبد الرحمان فقري

السنة الدراسية 2005 – 2006

تمرين 1 :

أكتب على الشكل الجبري الأعداد التالية :

$$c = \frac{9-2i}{1+i}, \quad b = (2-i)^2, \quad a = (3+2i)(1+i)$$

$$e = (1+i)^5, \quad d = \frac{(1+2i)^2 - (1+i)^2}{(3+2i)^2 - (1+i)^2}$$

تمرين 2 :

حل في C المعادلات التالية:

$$z^2 + z\bar{z} = 0, \quad iz + (2+3i)\bar{z} = 1, \quad z + \bar{z} + 5 = 0$$

$$3\bar{z} + i = 5 + |z|^2, \quad 2z + 6\bar{z} = 3 + 2i$$

تمرين 3 :

أوجد مجموعة النقط M التي لحقها z يحقق مايلي :

$$(z-2i)(\bar{z}-1) \in i\mathbb{R}, \quad \frac{z+1}{z-2i} \in \mathbb{R}$$

$$\left| \frac{z-zi}{z+1+i} \right| = 1, \quad \left| \frac{z-zi}{z+1+i} \right| = 2, \quad (z-2i)(\bar{z}-1) \in \mathbb{R}$$

تمرين 4 :

أكتب الأعداد التالية على شكلها المتلثي :

$$c = -3 - i\sqrt{3}, \quad b = 1 - i\sqrt{3}, \quad a = -4 + 4i$$

$$d^2, \quad \frac{b}{c}, \quad a \times b, \quad d = 3i$$

تمرين 5 :

أرسم صور الأعداد العقدية التالية

و اكتبها على شكلها المتلثي:

$$z_2 = \left[4; \frac{5\pi}{6} \right], \quad z_1 = \left[\sqrt{2}; \frac{\pi}{4} \right]$$

$$z_4 = \left[2; \frac{-\pi}{3} \right], \quad z_3 = \left[2; \frac{-3\pi}{4} \right]$$

تمرين 6 :

أوجد الجزء الحقيقي و الجزء التخيلي للأعداد العقدية التالية:

$$z_2 = \left(\frac{3-2i}{2-3i} \right)^{17}, \quad z_1 = (1+i\sqrt{3})^{12}$$

$$z_4 = (1-i)^{12} (\sqrt{3}-3i), \quad z_3 = \left(\frac{\sqrt{3}-i}{1+i} \right)^{20}$$

تمرين 7 :

(1) أحسب معيار وعمدة الأعداد العقدية التالية :

$$z_3 = \frac{z_1}{z_2}, \quad z_2 = 1-i, \quad z_1 = \frac{\sqrt{6+i\sqrt{2}}}{2}$$

$$(2) \text{ استنتج } \sin \frac{7\pi}{12} \text{ و } \cos \frac{7\pi}{12}$$

تمرين 8 :

حل في C المعادلات التالية:

$$z^2 - 2iz - i\sqrt{3} = 0, \quad z^2 - (5-2i)z + 5 - 5i = 0$$

$$iz^2 + (8+4i)z + 3i + 8 = 0, \quad 2z^2 + (i-1)z + i + 1 = 0$$

$$z^6 + (1-2i)z^3 - 2i = 0, \quad z^4 + 10z^2 + 169 = 0$$

تمرين 9 :

نعتبر المعادلة :

$$(E) : z^3 + (1+i)z^2 + (4-i)z + (12-6i) = 0$$

(1) بين أن المعادلة (E) تقبل حلا حقيقيا z_1 .(2) أوجد الحلين z_2 و z_3 للمعادلة (E).(3) بين أن النقط A و B و C صور z_1 و z_2 و z_3 على التوالي هي رؤوس مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين

تمرين 10 :

$$(E) : az^2 - i(a^4+1)z - a^3 = 0$$

حيث a عدد عقدي غير منعدم :

$$(1) \text{ تحقق أن : } a^8 - 2a^4 + 1 = (a^4 - 1)^2$$

(2) حدد قيم a التي من أجلها يكون للمعادلة (E) حلا وحيدا.

(3) نفترض أن $a^4 \neq 1$.

أ- حل في C المعادلة (E).

ب - اعط معيار وعمدة كل حل من حل المعادلة (E)

بدلالة معيار وعمدة a.

ج - حدد قيم a التي من أجلها يكون حلا المعادلة (E)

متقابلين.

تمرين 11 :

$$(1) \text{ بين أن المعادلة : } z^3 - 2z^2 + 2(2-3i)z - 20 = 0$$

تقبل حلا تخيليا صرفا ثم حل المعادلة .

(2) حدد لحق النقطة G مرجح النقط A و B و C

صور حلول المعادلة .