BOUMANZAH said تمارين حول حساب التكامل

$$\int \frac{dx}{x} \quad , \int e^{x}\,dx \quad , \int \frac{dx}{1+x^{2}}$$

التمرين 1)

أحسب التكاملات التالية (تذكير:

$$\left(\int_a^b u^r(x)\,u'(x)\,dx = \left[u(x)\right]_a^b \qquad r \in \mathbb{Q}-\{-1\} \right.$$

$$I_1=\int_1^2 x^2+\sqrt[3]{x}\,dx \ ,\ I_2=\int_0^1 x\,(x^2+\sqrt{6})^4\,dx \ ,\ I_3=\int_2^3 \sqrt{4x-1}\,dx \ ,\ I_4=\int_0^3 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3x+5}}\,dx$$

$$I_5=\int_1^2 \frac{1}{x^2-4x+4}\,dx \ ,\ I_6=\int_1^e \frac{\ln^2(x)}{x}\,dx \ ,\ I_7=\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(1-\cos x)^2}\,dx \ ,$$

$$I_8=\int_0^{\pi} (1+\sin x)^3 \cos(x)\,dx$$

التمرين 2)

أحسب التكاملات التالية (تذكير:

$$\left(\int_a^b \frac{u'(x)}{u(x)}\,dx = \Big[\ln|u(x)|\Big]_a^b \right.$$

$$I_1=\int_1^2 \frac{1}{5x+1}\,dx \ ,\ I_2=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan(x)\,dx \ ,\ I_3=\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1}\,dx \ ,\ I_4=\int_{-1}^{-2} \frac{x-1}{x^2-2x}\,dx \ ,$$

$$I_5=\int_1^0 \frac{x}{x+1}\,dx \ ,\ I_6=\int_e^{e^2} \frac{1}{x\ln x}\,dx \ ,\ I_7=\int_0^{\pi} \frac{\sin 2x}{4+\cos^2(x)}\,dx$$

التمرين 3)

1) حدد العددين a و b لكي يكون $\forall x \in IR^* \quad \dfrac{1}{e^x-1}=a+\dfrac{be^x}{e^x-1}$

2) استنتج حساب $I=\displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{1}{e^x-1}\,dx$

التمرين 4)

1) حدد العددين a و b لكي يكون $\forall x \in IR-\{1,2\} \quad \frac{1}{x^2-3x+2}=\frac{a}{x-2}+\frac{b}{x-1}$

2) استنتج حساب $I=\int_{-1}^{0}\frac{1}{x^2-3x+2}dx$

التمرين5)

أحسب التكاملات التالية(تذكير:

$$\left(\int_a^b u'(x)\, e^{u(x)}dx = \left[e^{u(x)} \right]_a^b \right.$$

$I_4=\int_0^{\ln 2}\frac{e^{3x}+1}{e^{4x}}dx$, $I_3=\int_1^4\frac{e^{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$, $I_2=\int_0^1 x\, e^{x^2+1}dx$, $I_1=\int_0^{-1} e^{6x+1}dx$

$I_5=\int_{1/2}^{1}\frac{5+e^{1/x}}{x^2}dx$,

التمرين6)

أحسب التكاملات التالية(تذكير $\left(\int_a^b \frac{u'(x)}{1+u^2(x)}dx = \left[\arctan(u(x))\right]_a^b \right.$

, $I_3=\int_{\ln 2}^{0}\frac{e^x}{1+e^{2x}}dx$, $I_2=\int_0^1\frac{1}{x^2+2x+2}dx$, $I_1=\int_{-1}^{0}\frac{x}{1+x^4}dx$

$I_6=\int_1^4\frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}dx$, $I_5=\int_e^1\frac{1}{x(1+\ln^2(x))}dx$ $I_4=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+\cos^2 x}dx$

التمرين7)

أحسب التكاملات التالية(تذكير $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

إذا كان $d^0(P)\geq d^0Q$ فانه لحساب $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)}dx$ يمكن القيام بالقسمة الأقليدية ل $P(x)$ على $Q(x)$)

, $I_4=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sin(6\pi x+1)dx$, $I_2=\int_0^{\sqrt{2}}\frac{x^3+2x+1}{x^2+1}dx$, $I_1=\int_1^3\left|x^2-2x\right|dx$

$I_8=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}}\tan^2\theta\, d\theta$, $I_7=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin(\theta)}{\cos^3(\theta)}d\theta$, $I_6=\int_0^{\pi}\cos^3\theta\, d\theta$, $I_5=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^2(x)\,dx$

التمرين8)

باستعمال طريقة **المكاملة بالأجزاء** أحسب التكاملات التالية(تذكير

$$\left(\int_a^b f'(x)\cdot g(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g'(x)dx \right.$$

$$I_4=\int_1^0 x\sqrt{4-x}\,dx\ ,\ I_3=\int_1^e x\ln x\,dx\ ,\ I_2=\int_1^0 x\arctan x\,dx\ ,\ I_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x\,dx$$

$$I_8=\int_0^{e-1}(x+1)^2\ln(x+1)\,dx\ ,\ I_7=\int_1^e(\ln t)^2\,dt\ ,\ I_6=\int_0^1 x^3e^{x^2}\,dx\ ,\ I_5=\int_{-1}^0 x^5e^{x^3}\,dx$$

$$I_9=\int_0^{\ln 3}\frac{e^{2x}}{(e^x+1)^2}\,dx$$

التمرين9)

1) حدد العددين a و b لكي يكون : $\forall x\in IR\quad \frac{x^3}{1+x^2}=ax+\frac{bx}{1+x^2}$

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب I $\quad I=\int_0^1 x^2\arctan x\,dx$

التمرين10)

نعتبر التكاملين $I=\int_0^{\pi} x\cos^2 x\,dx$ و $J=\int_0^{\pi} x\sin^2 x\,dx$

1) أحسب $I+J$ و $I-J$

2) استنتج I و J

التمرين11)

باســتعمال طــريقة المكاملــة بتغييــر المتغير أحســب الــتكاملا ت التالــية(تذكيــر

$$\int_a^b f[g(x)]g'(x)\,dx=\int_{g(a)}^{g(b)} f(t)\,dt$$

$$I_3=\int_1^4\frac{1}{(1+t)\sqrt{t}}\,dt\ (\sqrt{t}=x)\ ,\ I_2=\int_1^{e^2}\sqrt{x}\ln(x)\,dx\ (\sqrt{x}=t),\ I_1=\int_1^0\frac{x}{1+x^4}\,dx\ (t=x^2)$$

$$,\ I_5=\int_{-1}^0\frac{1}{x^2-4x+5}\,dx\ (t=x-2)\ ,\ I_4=\int_{\ln 2}^0 x\sqrt{e^x}\,dx\ (\sqrt{e^x}=t)$$

$$,\ I_7=\int_0^{1/2}\frac{t^2}{\sqrt{1-t^2}}\,dt\ (t=\cos\theta,(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}))\ ,\ I_6=\int_6^{11}\frac{x}{\sqrt{x-2}}\,dx\ (x=t^2+2,(t\ge 0))$$

$$,\ I_9=\int_1^{64}\frac{dt}{\sqrt{t}+\sqrt[3]{t}}\ (y=\sqrt[6]{t})\ ,\ I_8=\int_1^e\frac{\ln x}{x(1+\ln x)}\,dx\ (x=e^t)$$

$$,\ I_{11}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\theta}{1+\cos\theta}\ (t=tg(\theta/2))\ ,\ I_{10}=\int_0^3\frac{\sqrt{x+1}}{x^2+3x+2}\,dx\ (\sqrt{x+1}=t)$$

$$I_{12}=\int_{6}^{11}\frac{x-1}{(x-3)\sqrt{x-2}}dx \quad (x=t^2+2)$$

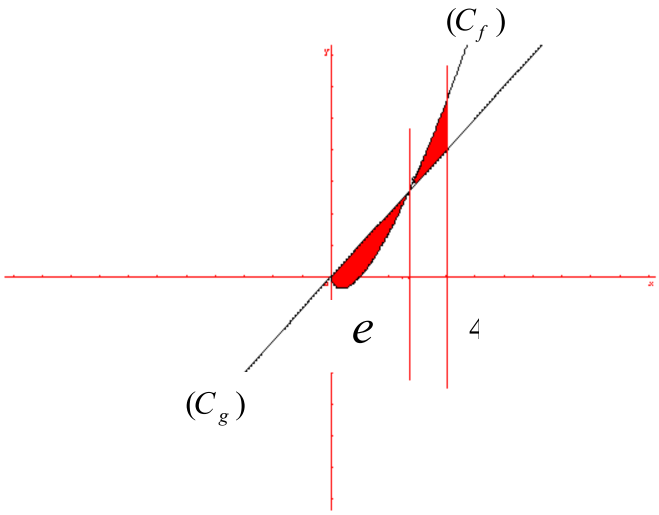
التمرين12)

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\ln(x)-1$

وليكن (Δ) الحيز المحصور بالمنحنى (C_f) والمستقيمين $x=1$ و $x=e$ ومحور الأفاصيل

أحسب مساحة (Δ) (المستوى منسوب إلى معلم متعامدممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$)

التمرين13)



ليكن (Δ) الحيز المحصور بين (C_f) و (C_g) والمستقيمين $x=e$ و $x=4$ حيث $f(x)=x\ln(x)$ و $g(x)=x$ (المستوى منسوب إلى معلم متعامدممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$) أحسب مساحة (Δ)

التمرين14)

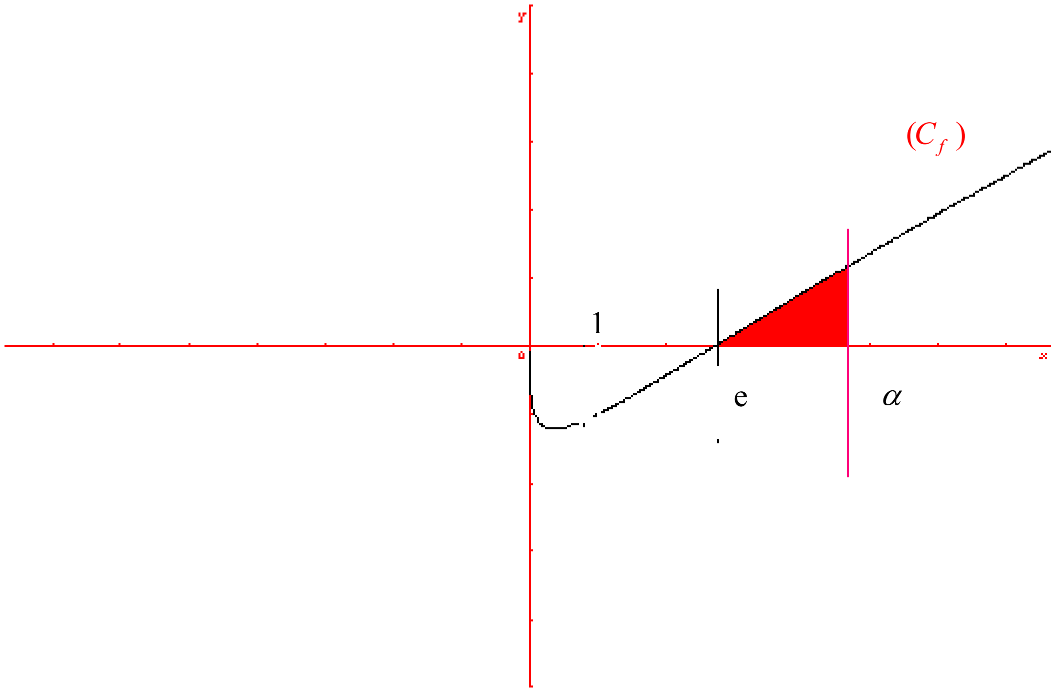
نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $x\succ 0$, $f(x)=\sqrt{x}\,(\ln(x)-1)$ و $f(x)=0$

1) أحسب $\int_{e}^{\alpha}\sqrt{x}\,(\ln(x)-1)\,dx$ $(e\prec\alpha)$

2) وليكن $A(\alpha)$ مساحة الحيز المحصور بين (C_f) والمستقيمين $x=1$ و $x=\alpha$

أحسب $A(\alpha)$ (المستوى منسوب إلى معلم متعامدممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=3cm$)

3) أحسب $\lim_{\alpha\to+00}A(\alpha)$



التمرين14

نعتبر التكامل التالي : $I_n = \int_1^e x(\ln x)^n dx \quad n \in IN$

1) أحسب I_1

2) بين أن $2I_{n+1} + (n+1)I_n = e^2 \qquad \forall n \geq 0$

3) أ- بين أن المتتالية (I_n) تناقصية

ب- بين أن $I_n \geq 0 \quad \forall n \geq 0$

4) استنتج أن $\forall n \geq 0 \ I_n \leq \dfrac{e^2}{n+1}$

5) احسب $\lim\limits_{x \to +00} I_n$