

تمارين حول الدوال اللوغاريتمية sajid mohammed

التمرين (2)

$2 \ln(x - 3) - 1 \leq 0$ •

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x - 3 > 0\}$$

لتكن D مجموعة تعريف المتراجحة :

$$= \{x \in \mathbb{R} / x > 3\}$$

$$=]3; +\infty[$$

لكل x من المجال $]3; +\infty[$:

$$2 \ln(x - 3) - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \ln(x - 3)^2 \leq \ln e$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 \leq e$$

$$\Leftrightarrow x - 3 \leq \sqrt{e}$$

$$\Leftrightarrow x \leq \sqrt{e} + 3$$

إذن

$$S =]-\infty; \sqrt{e} + 3] \cap]3; +\infty[$$

$$=]3; \sqrt{e} + 3]$$

$\ln(-x + 2) > 1$ •

$$D = \{x \in \mathbb{R} / -x + 2 > 0\}$$

لتكن D مجموعة تعريف المتراجحة :

$$= \{x \in \mathbb{R} / x < 2\}$$

$$=]-\infty; 2[$$

لكل x من المجال $]-\infty; 2[$:

$$\ln(-x + 2) > 1 \Leftrightarrow \ln(-x + 2) > \ln e$$

$$\Leftrightarrow (-x + 2) > e$$

$$\Leftrightarrow x < 2 - e$$

إذن

$$S =]-\infty; 2 - e[\cap]-\infty; 2[$$

$$=]-\infty; 2 - e[$$

$\ln(2x - 1) - 2 \ln(x - 3) < 0$ •

$$D = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 1 > 0\} \cap \{x \in \mathbb{R} / x - 3 > 0\}$$

$$= \left\{x \in \mathbb{R} / x > \frac{1}{2}\right\} \cap \{x \in \mathbb{R} / x > 3\}$$

لتكن D مجموعة تعريف المتراجحة :

$$=]3; +\infty[$$

لكل x من المجال $]3; +\infty[$:

$$\ln(2x - 1) - 2 \ln(x - 3) < 0 \Leftrightarrow \ln(2x - 1) < \ln(x - 3)^2$$

$$\Leftrightarrow (2x - 1) < (x - 3)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 10 > 0$$

$$\text{أي } x > 4 + \sqrt{6}$$

إذن

$$S =]3; +\infty[\cap]4 + \sqrt{6}; +\infty[$$

$$=]4 + \sqrt{6}; +\infty[$$

$$\ln(2x^2 - x - 1) \geq 0 \bullet$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / 2x^2 - x - 1 > 0\}$$

لتكن D مجموعة تعريف المتراجحة :

$$= \left] -\infty; -\frac{1}{2} \right[\cup]1; +\infty[$$

لكل x من المجال $\left] -\infty; -\frac{1}{2} \right[\cup]1; +\infty[$:

$$\ln(2x^2 - x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow \ln(2x^2 - x - 1) \geq \ln 1$$

$$\Leftrightarrow (2x^2 - x - 1) \geq 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$\text{أي } x \leq \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \text{ أو } x \geq \frac{1 + \sqrt{17}}{4}$$

إذن

$$S = \left(\left] -\infty; -\frac{1}{2} \right[\cup]1; +\infty[\right) \cap \left(\left] -\infty; \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \right] \cup \left[\frac{1 + \sqrt{17}}{4}; +\infty \right[\right)$$

$$= \left] -\infty; \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \right] \cup \left[\frac{1 + \sqrt{17}}{4}; +\infty \right[$$

$$-\ln\left(\frac{1}{x - 3}\right) + \ln(x - 2) > \ln(x^2 + 1) \bullet$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x - 3 > 0\} \cap \{x \in \mathbb{R} / x - 2 > 0\}$$

$$= \{x \in \mathbb{R} / x > 3\} \cap \{x \in \mathbb{R} / x > 2\} \quad \text{لتكن } D \text{ مجموعة تعريف المتراجحة :}$$

$$=]3; +\infty[$$

لكل x من المجال $]3; +\infty[$:

$$-\ln\left(\frac{1}{x-3}\right) + \ln(x-2) > \ln(x^2+1) \Leftrightarrow \ln[(x-3)(x-2)] > \ln(x^2+1)$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-2) > (x^2+1)$$

$$\Leftrightarrow -5x + 6 > 1$$

أي $x < 1$
إذن

$$S = \{ \}$$

$$\underline{|\ln(x) - 2| \leq 1 \bullet}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x > 0\} \quad \text{لتكن } D \text{ مجموعة تعريف المتراجحة :}$$

$$=]0; +\infty[$$

لكل x من المجال $]0; +\infty[$:

$$|\ln(x) - 2| \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq \ln(x) \leq 3$$

$$\Leftrightarrow e \leq x \leq e^3$$

إذن

$$S =]0; +\infty[\cap [e; e^3]$$

$$= [e; e^3]$$

$$\underline{-\ln^2(x) + 2 \ln(x) + 3 > 0 \bullet}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x > 0\} \quad \text{لتكن } D \text{ مجموعة تعريف المتراجحة :}$$

$$=]0; +\infty[$$

لكل x من المجال $]0; +\infty[$:

$$-\ln^2(x) + 2 \ln(x) + 3 > 0 \Leftrightarrow (\ln(x) + 1)(\ln(x) - 3) < 0$$

$$x = e^3 \text{ ينعدم عند } \ln(x) - 3 \quad - \quad x = \frac{1}{e} \text{ ينعدم عند } \ln(x) + 1$$

x	0	$\frac{1}{e}$	e^3	$+\infty$	
$\ln(x)+1$	-	○	+	+	
$\ln(x)-3$	-	-	○	+	
$(\ln(x)+1)(\ln(x)-3)$	+	○	-	○	+

إذن

$$S = \left] \frac{1}{e}; e^3 \right[$$

$\ln\left(\frac{x+3}{x-4}\right) - 1 < 0 \bullet$

لتكن D مجموعة تعريف المترابحة : $D = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x+3}{x-4} > 0 \right\}$
 $=]-\infty; -3[\cup]4; +\infty[$

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$
$x+3$	-	○	+	+
$x-4$	-	-	○	+
$\frac{x+3}{x-4}$	+	○	-	+

لكل x من المجال $]-\infty; -3[\cup]4; +\infty[$:

$$\ln\left(\frac{x+3}{x-4}\right) - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{x+3}{x-4} < e$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(1-e) + (3+4e)}{x-4} < 0$$

x	$-\infty$	-3	$4 \frac{3+4e}{e-1}$	$+\infty$
$x(1-e) + (3+4e)$	+		+ 0 -	
$x-4$	-		+ +	
$\frac{x(1-e) + (3+4e)}{x-4}$	-		+ 0 -	

إذن

$$S =]-\infty; -3[\cup \left] \frac{3+4e}{e-1}; +\infty[$$

$$\frac{3 \ln(x) - 1}{2 + \ln(x)} > 0 \bullet$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x > 0\} \cap \{x \in \mathbb{R} / 2 + \ln(x) \neq 0\}$$

$$=]0; +\infty[\cap \left(\left] -\infty; \frac{1}{e^2} \left[\cup \right] \frac{1}{e^2}; +\infty \left[\right) \quad \text{لتكن } D \text{ مجموعة تعريف المتراجحة :}$$

$$= \left] 0; \frac{1}{e^2} \left[\right] \frac{1}{e^2}; +\infty \left[$$

- العدد $3 \ln(x) - 1$ ينعدم عند $x = \sqrt[3]{e}$

- العدد $2 + \ln(x)$ ينعدم عند $x = \frac{1}{e^2}$

x	0	$\frac{1}{e^2}$	$\sqrt[3]{e}$	$+\infty$
$3\ln(x)-1$	-	-	○	+
$2+\ln(x)$	-	○	+	+
$\frac{3\ln(x)-1}{2+\ln(x)}$	+	-	○	+

$$S = \left] 0; \frac{1}{e^2} \right[\cup \left] \sqrt[3]{e}; +\infty \right[$$