www.madariss.fr sajid@madariss.fr

تمارين حول الدوال اللوغاريتمية sajid mohammed

التمرين5)

1)- نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي: $g(x) = x^2 - 1 + 2\ln(x)$

أ-حدد D_g ثم ادرس تغيرات g

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} / x \succ 0\}$$
$$=]0;+\infty[$$

لكل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x) = 2x + \frac{2}{x}$ إذن الدالة المشتقة g' موجبة قطعا على المجال $]0;+\infty[$ و بالتالي الدالة g تزايدية قطعا على $]0;+\infty[$.

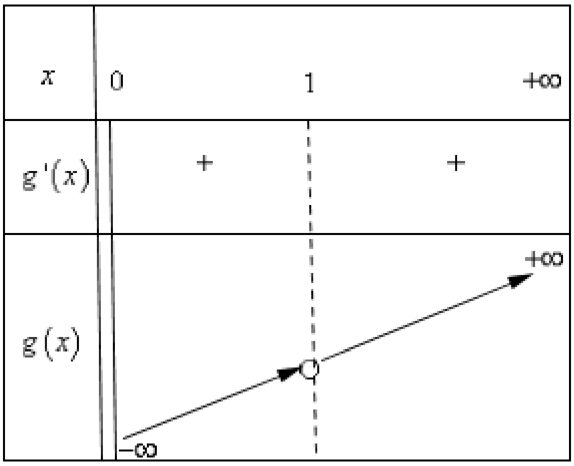
ب- احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

$$g(1) = 1^2 - 1 + 2\ln(1) = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} x^2 - 1 + 2\ln(x) = +\infty$$

و

$$\lim_{x \to 0^+} g(x) = \lim_{x \to 0^+} x^2 - 1 + 2\ln(x) = -\infty$$



انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g يتبين أن الدالة g تنعدم في 1 ، موجبة قطعا على المجال $]1;+\infty[$ و سالبة قطعا على المجال $]0;1[$.

2) لتكن الدالة f المعرفة كمايلي : $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}\ln(x)$

أ- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

$$D_f = \left]0;+\infty\right[$$

ب- حدد نهايات الدالة f عند محدات D_f

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2-1}{x^2}\ln(x) = +\infty$$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty} f(x) &= \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2}\ln(x)\\ &= \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x^2}\ln(x)\\ &= \lim_{x\to+\infty} \ln(x)\\ &= +\infty\end{aligned}$$

ج- ادرس تغيرات الدالة f

لكل $x \succ 0$ لدينا :

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{2x^3-2x\left(x^2-1\right)}{x^4}\ln(x)+\frac{x^2-1}{x^3}\\ &= \frac{2\ln(x)}{x^3}+\frac{x^2-1}{x^3}\\ &= \frac{x^2-1+2\ln(x)}{x^3}\\ &= \frac{g(x)}{x^3}\end{aligned}$$

إذن على المجال $\left]0;+\infty\right[$ إشارة الدالة المشتقة f' هي إشارة اللدالة g :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

د- حدد الفروع اللا نهائية للمنحنى (C_f)

• بما أن $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ فإن المستقيم $\boxed{x=0}$ مقارب رأسي لمنحنى الدالة f على يمين الصفر

• بما ان :

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} &= \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{x^3}\ln(x)\\ &= \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\ln(x)\\ &= \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}\\ &= 0\end{aligned}$$

فإن منحنى الدالة f يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$

ذ- أنشئ (C_f)