# تمارين حول ا لدوال اللو غاريتمية sajid mohammed

## التمرين6)

نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي المعرفة ب : $f(x)=\ln^2(x)+1-\dfrac{2}{\ln(x)}$

1) لتكن $g$ الدالة المعرفة $g(x)=(\ln(x))^3+1$

احسب $g(\frac{1}{e})$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

$$g\left(\frac{1}{e}\right)=\left(\ln\left(\frac{1}{e}\right)\right)^3+1$$
$$=\left(-\ln(e)\right)^3+1$$
$$=-1+1$$
$$=0$$

لكل $x\succ 0$ لدينا : $g'(x)=3\left(\ln(x)\right)^2\times\frac{1}{x}$ أي لكل $x\succ 0$ ، $g'(x)\succ 0$ .

كما أن $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.ومنه جدول التغيرات التالي:

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{e}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | \|\| | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | \|\| $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

انطلاقا من هذا الجدول نستنتج أن : الدالة $g$ تنعدم عند العدد $\frac{1}{e}$ . موجبة قطعا

على المجال $\left]\frac{1}{e};+\infty\right[$ و سالبة قطعا على المجال $\left]0;\frac{1}{e}\right[$

2)السؤال الثاني

أ- حدد $D_f$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

$$\begin{aligned} D_f &= \{x\in\mathbb{R} / x \succ 0\} \cap \{x\in\mathbb{R} / \ln(x)\neq 0\} \\ &= \{x\in\mathbb{R} / x \succ 0\} \cap \{x\in\mathbb{R} / x\neq 1\} \\ &= ]0;1[ \cup ]1;+\infty[ \end{aligned}$$ •

$$\begin{aligned} \lim_{x\to 0^+} f(x) &= \lim_{x\to 0^+} \ln^2(x)+1-\frac{2}{\ln(x)} \\ &= +\infty \end{aligned}$$ •

**ب- احسب $f'(x)$ حيث $x\in D_f$**

لكل $x$ من $D_f$ لدينا :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2\ln(x)\times\frac{1}{x}+\frac{\frac{2}{x}}{(\ln(x))^2} \\ &= \frac{2\ln(x)}{x}+\frac{2}{x(\ln(x))^2} \\ &= \frac{2\left((\ln(x))^3+1\right)}{x(\ln(x))^2} \\ &= \frac{2g(x)}{x(\ln(x))^2} \end{aligned}$$

إذن إشارة الدالة $f'$ على $D_f$ هي إشارة الدالة $g$.

**ج- ضع جدول تغيرات $f$**

لاحظ أن $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$ و $f\left(\frac{1}{e}\right)=4$

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{e}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | |
| $f(x)$ | ‖ $+\infty$ | ↘ | $4$ | ↗ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ |

**3) حدد الفروع اللا نهائية ل $(C_f)$ منحنى الدالة في معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$**

• بمـا أن: $\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ فـإن المستقيم $\boxed{x=0}$ مقـارب رأسـي لمنحنـى الدالـة $f$ علـى يمـين الصفر.

• بما أن : $\lim_{x\to 1^+} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$ فـإن المستقيم $\boxed{x=1}$ مقارب رأسي لمنحنى الدالة $f$ على يمين و يسار العدد 1.

• بما أن :

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}&=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln^2(x)}{x}+\frac{1}{x}-\frac{2}{x\ln(x)}\\&=\lim_{x\to+\infty}4\left(\frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2+\frac{1}{x}-\frac{2}{x\ln(x)}\\&=0\end{aligned}$$

فأن منحنى الدالة $f$ يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأفاصيل .

4) احسب $f(e)$ ثم أنشئ $(C_f)$