

التمرين (1)

حل المعادلات التالية بعد تحديد مجموعة التعريف

$$\ln(4x - 1) = 0 \bullet$$

$$\ln(2x - \sqrt{3}) = \ln(\sqrt{2 - \sqrt{3}}) + \ln(\sqrt{2 + \sqrt{3}}) \bullet \ln(x^2) = \ln(2x - 1) \bullet$$

$$\ln^2(x) + \ln(x) - 6 = 0 \bullet \ln\left(\frac{1}{x-1}\right) + \ln(x) = 1 \bullet 2\ln(x-1) = -\ln\left(\frac{1}{x}\right) + 2 \bullet$$

$$\ln^2(x-1) - \frac{5}{2}\ln(x-1)^2 + 4 = 0 \bullet$$

التمرين (2)

حل المتراجحات التالية بعد تحديد مجموعة التعريف

$$\ln(2x - 1) - 2\ln(x - 3) < 0 \bullet \ln(-x + 2) > 1 \bullet 2\ln(x - 3) - 1 \leq 0 \bullet$$

$$-\ln\left(\frac{1}{x-3}\right) + \ln(x - 2) > \ln(x^2 + 1) \bullet \ln(2x^2 - x - 1) \geq 0 \bullet$$

$$-\ln^2(x) + 2\ln(x) + 3 > 0 \bullet |\ln(x) - 2| \leq 1 \bullet$$

$$\frac{3\ln(x) - 1}{2 + \ln(x)} > 0 \bullet \log\left(\frac{x+3}{x-4}\right) - 1 < 0 \bullet$$

التمرين (3)

حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

$$h(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(x) - 1} \bullet g(x) = \sqrt{-\ln(x) + 2} \bullet f(x) = \sqrt{\ln(x - 3)} \bullet$$

$$k(x) = 2\ln(2x - 5) \bullet j(x) = \ln(2x - 5)^2 \bullet i(x) = \ln|\ln(x) - 1| \bullet$$

$$m(x) = \frac{\sqrt{\ln(1-x)}}{x} \bullet l(x) = \sqrt{\ln^2(x) - \ln(x)} \bullet$$

التمرين (4)

احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(\sqrt{x}) \bullet (3) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln(x) \bullet (2) \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln^3(x) \bullet (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \bullet (6) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x+3)}{x+2} \bullet (5) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1-x)}{x} \bullet (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2(x)}{x} \bullet (10) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\cos x)}{x^2} \bullet (8) \lim_{x \rightarrow e^+} \frac{\ln(\ln x)}{x - e} \bullet (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \ln(x^2 + 3x) \bullet (12) \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) - x^2 + x \bullet (11)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \ln(x)}{x + \ln(x)} \bullet (15) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^3 + 4} \bullet (14) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 - x + 1)}{x} \bullet (13)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x) - \ln(x+1)) \bullet (17) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \ln(x)}{x + \ln(x)} \bullet (16)$$

$$\lim_{x \rightarrow x-1} \frac{x}{x-1} + \ln(\sqrt{x-1}) \bullet (20) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} - (\ln(x))^2 \bullet (19) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{x \ln(x)} \bullet (18)$$

التمرين (5)

1- نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي: $g(x) = x^2 - 1 + 2 \ln(x)$

أ- حدد D_g ثم ادرس تغيرات g

ب- احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

2) لتكن الدالة f المعرفة كمايلي : $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2} \ln(x)$

أ- حدد D_f

ب- حدد نهايات عند محددات D_f

ج- ادرس تغيرات الدالة f

د- حدد الفروع اللا نهائية ل (C_f)

ذ- أنشئ (C_f)

التمرين (6)

نعتبر f الدالة :- $f(x) = \ln^2(x) + 1 - \frac{2}{\ln(x)}$

1) لتكن g الدالة المعرفة $g(x) = (\ln(x))^3 + 1$

احسب $g\left(\frac{1}{e}\right)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

2) أ- حدد D_f ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ب- احسب $f'(x)$ حيث $x \in D_f$

ج- ضع جدول تغيرات f

3) حدد الفروع اللا نهائية ل (C_f) منحنى الدالة في معلم متعامد ممنظم (o, \vec{i}, \vec{j})

4) احسب $f(e)$ ثم أنشئ (C_f)

التمرين (7)

1) نضع $g(x) = x^2 + 2x + \ln|x + 1|$

أ- حدد D_g ثم احسب $g(0)$ و $g(-2)$

ب- ادرس تغيرات الدالة g

ج- استنتج أن $g(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-00, -2[\cup]0, +00[$

2- نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي:

$$f(x) = \frac{\ln|x + 1|}{x + 1} - x$$

أ- حدد D_f ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +00} f(x)$

ب- بين أن $\forall x \in D_f f'(x) = \frac{-g(x)}{(x + 1)^2}$

- ثم ضع جدول تغيرات f
- ج- حدد الفرع اللا نهائي ل (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي ل (C_f) والمستقيم $(D) : y = -x$
- د- أنشئ (C_f) في $M M M M$ $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

التمرين (8)

- (1) لتكن الدالة f المعرفة: $f(x) = -2x + \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$
- (1) حدد D_f ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +00} f(x)$
- (2) بين أن f دالة فردية
- (3) ادرس تغيرات f على $I =]0, 1[\cup]1, +\infty[$
- (4) حدد الفروع اللا نهائية ل (C_f) على I
- (5) أنشئ (C_f) مع تحديد المماس عند النقطة $O(0,0)$

التمرين (9)

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \ln \left(\frac{x}{x+1} \right) - \frac{\ln(x)}{x+1}, x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- (1) حدد D_f ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +00} f(x)$
- (2) بين أن f متصلة علي يمين 0
- (3) أ- بين أن $\frac{f(x)}{x} = \frac{\ln(x)}{x+1} - \frac{\ln(x+1)}{x}$ حيث $x > 0$
- ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ ثم اعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة
- ج- احسب $f'(x)$ لكل x من $D_f - \{0\}$
- د- اعط جدول تغيرات f
- (4) أنشئ (C_f)

التمرين (10)

- (A) نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي: $g(x) = x - \ln(x)$
- (1) حدد D_g ثم احسب نهايات g عند محددات D_g
- (2) ادرس تغيرات g ثم استنتج أن $\forall x > 0 \quad x > \ln(x)$
- (B) لتكن f الدالة المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x + \ln(x)}{x - \ln(x)}, x > 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$$

(1) حدد D_f

(2) أ- بين أن f متصلة في الصفر على اليمين

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +00} f(x)$

(3) أ- ادرس قابلية اشتقاق f على يمين 0

ب- بين أن $\forall x \in D_f - \{0\} : f'(x) = \frac{2(1 - \ln(x))}{(x - \ln(x))^2}$

ثم اعط جدول تغيرات f

(4) أ- حدد تقاطع المستقيم $y = 1$ مع (C_f)

(5) - بين أن (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها ينتمي إلى $\left] \frac{1}{2}, 1 \right[$

ج- أنشئ (C_f) ($\ln(2) \approx 0.7, e \approx 2.7$)

التمرين (11)

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x - (x-1) \ln|x-1|, x \neq 1 \\ f(1) = 1 \end{cases}$$

(1) حدد D_f ثم بين أن $\Omega(1,1)$ مركز تماثل ل (C_f)

(3) ادرس اتصال وقابلية اشتقاق f في 1

(4) ادرس الفروع اللانهائية ل (C_f) على $]1, +\infty[$

(5) ادرس تغيرات f على $]1, +\infty[$

(6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $e + 1 < \alpha < 5$

(7) ادرس تقعر (C_f)

(8) أنشئ (C_f)

(9) لتكن g قصور f على المجال $J =]1, +\infty[$

أ- بين أن g تقابل من J نحو J'

ب- أنشئ (C_g) في المعلم (o, \vec{i}, \vec{j})

التمرين (12)

و $\begin{cases} u_{n+1} = 3 - \frac{2}{u_n}, n \geq 0 \\ u_0 = 3 \end{cases}$: نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي

$$\forall n \geq 0 \quad v_n = \ln \left(\frac{u_n - 1}{u_n - 2} \right)$$

(1) بين أن $\forall n \geq 0 \quad 2 < u_n \leq 3$

(2) بين أن (u_n) متتالية تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة

(3) أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية

ب- حدد v_n ثم u_n بدلالة n

ج- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$