1- تعريف

$x \succ 0$ حيث $\quad \ln'(x) = \dfrac{1}{x} \qquad \ln(1) = 0 \qquad D_{\ln} =]0, +\infty[$

تحديد D_f

$\ln(u(x)) + \ln(v(x))$	$\dfrac{\ln(u(x))}{v(x)}$	$\ln\left((u(x))^2\right)$	$\ln(\lvert u(x)\rvert)$	$\ln(u(x))$	الدالة
$v(x) \succ 0$ $u(x) \succ 0$	$v(x) \neq 0$ $u(x) \succ 0$	$u(x) \neq 0$	$u(x) \neq 0$	$u(x) \succ 0$	حيز التعريف

خاصيات

$r \in \mathbb{R} \qquad y \succ 0 \qquad x \succ 0$

$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$	$\ln(x) \succ \ln(y) \Leftrightarrow x \succ y$	$\ln(x) = \ln(y) \Leftrightarrow x = y$
$\ln(x^r) = r\ln(x)$	$\ln\left(\dfrac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$	$\ln\left(\dfrac{1}{x}\right) = -\ln(x)$

العدد e

$e \simeq 2.71 \qquad \ln(e) = 1 \qquad e \notin \mathbb{Q}$

معادلات من نوع $\ln(x) = r$

$b \in \mathbb{R} \qquad a \in \mathbb{R}^*$

$a\ln(x) + b = 0 \Leftrightarrow x = e^{\frac{-b}{a}}$

	0	$e^{\frac{-b}{a}}$	$+\infty$
$a\ln(x) + b$	عكس اشارة a		اشارة a

ملاحظة

$(\forall r \in \mathbb{R}) : e^r \succ 0$

$\ln(\sqrt{e}) = \dfrac{1}{2} \qquad \ln(\sqrt[n]{e}) = \dfrac{1}{n} \qquad \ln(e^r) = r$

المشتقة اللوغاريتمية

$\ln(\lvert u(x)\rvert)$	$\ln(u(x))$	$\ln(\lvert x\rvert)$	$\ln(x)$	الدالة
$\dfrac{u'(x)}{u(x)}$	$\dfrac{u'(x)}{u(x)}$	$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{1}{x}$	مشتقتها

النهايات الاساسية

$\lim\limits_{X \to 0} \dfrac{\ln(1+X)}{X} = 1$	$\lim\limits_{X \to +\infty} \dfrac{\ln(X)}{X} = 0^+$	$\lim\limits_{X \to 0^+} X\ln(X) = 0^-$	$\lim\limits_{X \to +\infty} \ln(X) = +\infty$	$\lim\limits_{X \to 0^+} \ln(X) = -\infty$

$$\boxed{\lim_{X \to 1} \frac{\ln(X)}{X-1} = 1}$$

الدالة اللوغاريتمية للاساس a

$\log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$	$\log_a\left(\dfrac{1}{x}\right) = -\log_a(x)$	$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$	$\log_a(x) = \dfrac{\ln(x)}{\ln(a)}$

$(\log_a)'(x)=\dfrac{1}{x.\ln(a)}$	$\log_a(a)=1$	$\log=\log_{10}$	$\log_a(x^r)=r\log_a(x)$

دالة e^x

$e^x.e^y=e^{x+y}$ $\dfrac{e^x}{e^y}=e^{x-y}..\ e^{-x}=\dfrac{1}{e^x}$	$x\in\mathbb{R}\,;y\in\mathbb{R}$ $e^x\succ e^y \Leftrightarrow x\succ y$ $e^x=e^y \Leftrightarrow x=y$	$\forall x\in\mathbb{R}\,;e^x\succ 0$	$x\in\mathbb{R}\,;y\succ 0$ $e^x=y \Leftrightarrow \ln(y)=x$
$(\forall x\succ 0):e^{\ln(x)}=x$ $(\forall x\in\mathbb{R}):\ln(e^x)=x$	$\left(e^{u(x)}\right)'=u'(x)e^{u(x)}$	$\left(e^x\right)'=e^x$	$\left(e^x\right)^y=e^{x.y}$

النهايات

$$\lim_{X\to+\infty} e^X=+\infty\ldots\ldots\ldots\lim_{X\to-\infty} e^X=0^+$$

$$\lim_{X\to-\infty} Xe^X=0^-\ldots\ldots\lim_{X\to+\infty}\frac{e^X}{X}=+\infty$$

$$\lim_{X\to 0}\frac{e^X-1}{X}=1$$

التمرين الاول

نعتبر الدالة $f(x)=x\ln(x)$

احسب $f(\sqrt{e})$ $f\left(\dfrac{1}{e}\right)$ $f(e)$

التمرين الثاني

احسب النهايات التالية

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+5x)}{x}\ \ldots\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x^3+2x^2+x-3)}{x}\ \ldots\ \lim_{x\to 0^+}x\ln\sqrt{x}\ \ldots\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3+x}{x^2+5}\right)\ \ldots\ \lim_{x\to+\infty}\left(x^2+3x+1\right)$$

التمرين الثالث

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية

$$\ldots(\ln(x))^2+3\ln(x)-4=0\ \ldots 3\ln(-x)-4=0\ \ldots 2\ln(x)-3=0$$

$$\ldots e^{2x}+2e^x-3=0\ \ldots 2e^x+3=0\ \ldots 2e^x-3=0\ \ldots e^x=3$$

التمرين الرابع

احسب مشتقة الدوال التالية

$$\ldots f(x)=\frac{x\ln(x)}{x+1}\ \ldots f(x)=\frac{\ln(x)}{x}\ \ldots f(x)=x\ln(x)\ \ldots f(x)=\ln(2x+3)$$

$$\ldots f(x)=\frac{xe^x}{x+1}\ \ldots f(x)=xe^x\ \ldots f(x)=e^{3x+1}\ \ldots f(x)=e^x$$

التمرين الخامس

نعتبر الدالة $\begin{cases} f(x)=x\ln(x)\ldots.x\succ 0\\ f(0)=0\end{cases}$

1- بين ان f متصلة في 0 على اليمين

2- ادرس قابلية اشتقاق f في 0 على اليمين ثم اعط تاويلا مبيانيا للنتيجة

3- حدد الدالة المشتقة ثم انشئ جدوا التغيرات
4- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى بجوار $+\infty$
ثم انشئ منحنى الدالة f