

1/2	7:	-	-	-	:
3:		2008/2007			:
9					
-					

3

نعتبر في  $IR$  المعادلتين التفاضليتين :  $(E): y'' + y' - 2y = 0$  و  $(F): y'' + y' - 2y = -8x^2 + 8x + 8$   
 (1) حل في  $IR$  المعادلة التفاضلية  $(E)$  .

(2) أ - حدد الأعداد الحقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$  لكي تكون الدالة  $g: x \rightarrow ax^2 + bx + c$  حلا للمعادلة  $(F)$  .

ب - بين أن الدالة  $f$  تكون حلا للمعادلة  $(F)$  إذا وفقط إذا كانت الدالة  $f - g$  حلا للمعادلة  $(E)$  .

ج - أستنتج حلول المعادلة  $(F)$  .

\_\_\_\_\_ :

4

في الفضاء المنسوب لمعلم متعامد ممنظم و مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقط  $A(0, 3, -5)$  و  $B(0, 7, -3)$  و  $C(1, 5, -3)$

(1) أ - أحسب إحداثيات  $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$  و مساحة المثلث .

ب- أكتب معادلة ديكرتية للمستوى  $(ABC)$  .

(2) ليكن  $(P)$  المستوى المحدد بالمعادلة :  $x + y + z = 0$

أعط تمثيل بارامترى للمستقيم  $(\Delta)$  , تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  .

(3) نعتبر في الفضاء  $\mathcal{C}$  الدائرة  $(\Gamma)$  المحددة ب :  

$$\begin{cases} y = 0 \\ x^2 + z^2 + 10z + 9 = 0 \end{cases}$$

أ - حدد معادلة ديكرتية للفلكة  $(S)$  المارة من  $(\Gamma)$  و التي ينتمي مركزها إلى المستوى  $(ABC)$  .

ب - حدد تقاطع  $(S)$  و المستقيم  $(AC)$  .

\_\_\_\_\_ :

4

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقطتين  $A$  و  $B$  التي لحقهما على التوالي هي :

$z_1 = 1 + i$  و  $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$  و لتكن الدائرة  $(C)$  المثلثية .

(1) أعط الكتابة الأسية لكل من العددين  $z_1$  و  $z_2$  .

(2) بين أن :  $(\forall \alpha \in IR); e^{i2\alpha} - 1 = 2ie^{i\alpha} \sin(\alpha)$

(3) لتكن  $M$  نقطة من الدائرة  $(C)$  لحقها  $e^{i\alpha}$  حيث  $\alpha \in [0, 2\pi[$  .

$$MA \times MB = \sqrt{\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{2} + 2\sin(\alpha)\right)^2} \quad \text{أ- بين أن : } MA \times MB = \left| e^{i2\alpha} - 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i\right) e^{i\alpha} \right| \quad \text{ثم أستنتج أن :}$$

ب- بين أن للعدد  $MA \times MB$  قيمة دنوية تأخذها عند نقطتين  $M_1$  و  $M_2$  يتم تحديدهما .

ج- بين أن للعدد  $MA \times MB$  قيمة قصوية تأخذها عند نقطة  $M_3$  يتم تحديدها .

\_\_\_\_\_ :

( I ) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :

$$g(x) = -1 + x + 2\ln(x)$$

( 1 ) أ- أدرس تغيرات الدالة  $g$  ( النهايات و الإشتقاق )

ب- ضع جدول تغيرات الدالة  $g$  .

( 2 ) أ- أحسب  $g(1)$  ثم حدد إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0, +\infty[$  .

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x \in ]1, +\infty[ \quad ; \quad g\left(\frac{1}{x}\right) < 0 \\ \forall x \in ]0, 1[ \quad ; \quad g\left(\frac{1}{x}\right) > 0 \end{array} \right. \quad \text{ب- أستنتج أن :}$$

( II ) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $IR^+$  بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x - x^2 \cdot \ln(x) \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

ليكن  $(C)$  التمثيل المبياني للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

( 1 ) بين أن  $f$  دالة متصلة في النقطة 0 على اليمين .

( 2 ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في النقطة 0 على اليمين . ما هو التأويل الهندسي للنتيجة المحصل عليها ؟

( 3 ) أ- أحسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$  .

$$( 4 ) \text{ أ- بين أن : } f'(x) = x \cdot g\left(\frac{1}{x}\right) \quad ; \quad (\forall x \in ]0, +\infty[)$$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  .

( 5 ) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]0, +\infty[$  و أن  $1 < \alpha < 2$  .

( 6 ) أ- تحقق أن معادلة نصف المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C)$  في النقطة ذات الأفصول 0 هي  $y = x$  .

ب- بين أن :  $\forall x \in IR^+ ; f(x) > x \Leftrightarrow x \in ]0, 1[$  .

ج- أستنتج الوضع النسبي للمنحنيين  $(C)$  و  $(T)$  .

( 7 ) أنشئ المنحنى  $(C)$  .

$$( III ) \text{ نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة بما يلي : } \begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - u_n^2 \cdot \ln(u_n) \end{cases} \quad ; \quad n \in IN$$

( 1 ) بين بالترجع أن :  $0 < u_n < 1$  ;  $(\forall n \in IN)$

( 2 ) بين أن المتتالية  $(u_n)$  تزايدية .

( 3 ) أستنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم حدد نهايتها .

cherifalix@yahoo.fr :

[www.madariss.fr](http://www.madariss.fr)