المادة : الرياضيات الأستاذ : علي الشريف	تمارين و أنشطة درس :المتتاليات cherifalix@yahoo.fr	المستوى : الثانية علوم تجريبية ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات

إنسان بدون هدف كسفينة بدون دفة كلاهما سوف ينتهي به الأمر على الصخور (توماس كارليل)

أنشطة تذكيرية

☹ نشاط تذكيري رقم 1 :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n\in IN)\ ;\ u_{n+1}=\sqrt{3u_n+4} \text{ و } u_0=0$$

1)- بين أن (u_n) مصغورة بالعدد 0 و مكبورة بالعدد 4 .

2)- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية قطعا .

3) أ - بين أنه: $(\forall n\in IN): 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$.

ب- أستنتج أن : $(\forall n\in IN)\ :\ 4-u_n\le 4.\left(\frac{1}{2}\right)^n$

☹ نشاط تذكيري رقم 2:

لتكن $(u_n)_{n\ge1}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n\in IN^*)\ :\ u_{n+1}=\frac{5u_n}{3u_n+5} \text{ و } u_1=1 \ .$$

و لتكن $(v_n)_{n\ge1}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n\in IN^*)\ :\ v_n=\frac{5}{u_n}$$

1) أ- أحسب v_1 ثم بين أن $(v_n)_{n\ge1}$ متتالية حسابية محددا أساسها r .

ب- حدد u_n بدلالة n لكل n من IN^* .

2)- نضع $S_n=v_1+v_2+...+v_n$ حيث $n\in IN^*$, حدد S_n بدلالة n .

☹ نشاط تذكيري رقم 3:

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n\in IN^*)\ :u_{n+1}=\frac{7}{5}u_n-5 \text{ و } u_0=15 \ .$$

1)- أحسب u_1 و u_2 .

2)- لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n\in IN^*)\ :v_n=u_{n+1}-u_n \ .$$

بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها q , ثم حدد v_n بدلالة n لكل n من IN.

3)- لكل n من IN , نضع $S_n=v_0+v_1+...+v_n$.

بين أن : $S_n=u_{n+1}-u_0$, لكل n من IN ’ ثم استنتج u_n بدلالة n .

أنشطة بنائية

☺نشاط بنائي رقم 1 :

(u_n) م معرفة ب : $(\forall n\in IN)\ :u_n=u^2$.

المتتالية (u_n) هي الدالة العددية f المعرفة على IN بما يلي : $f(n)=n^2$

بما أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ فاننا نقبل أن $\lim_{x\to+\infty} n^2=+\infty$

استنتج بنفس الطريقة النهايات الآتية :

1)- $\lim_{n\to+\infty} n$ و $\lim_{n\to+\infty} n^3$ و $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{n}$ و $\lim_{n\to+\infty} n^p$ حيث $p\in IN$ و $p\ge3$.

2)- $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n}$ و $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n^2}$ و $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n^3}$ و $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$

و $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n^p}$ حيث $p\in IN$ و $p\ge3$.

☺نشاط بنائي رقم 2 :

I) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$u_n=\frac{2n^2+1}{n^2} \text{ حيث } n\in IN^* \ .$$

1)- تحقق من أن : $\lim_{n\to+\infty}(u_n-2)=0$.

نقول :ان المتتالية (u_n) متقاربة و ان نهايتها 2 ,

و نكتب : $\lim_{n\to+\infty}u_n=2$.

2)- بوضع $u_n=f(n)$ حيث $f(x)=\frac{2x^2+1}{x^2}$.

أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ثم قارن هذه النتيجة مع $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

II)- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي :

$$(\forall n\in IN)\ ;\ u_{n+1}=\sqrt{u_n+6} \text{ و } u_0=2 \ .$$

1)- بين أن $(\forall n\in IN)\ ;\ 0\le u_n\le3$.

2)- بين أن (u_n) متتالية تزايدية .

☺نشاط بنائي رقم 3 :

1) (v_n) المتتالية معرفة ب $(\forall n\in IN):v_n=2+\frac{(-1)^n}{n+1}$

أ- بين أن $(\forall n\in IN^*)\ ;\ v_n=|v_n-2|\le\frac{1}{n}$.

ب- استنتج $\lim_{n\to+\infty}v_n$.

2) $(u_n)_{n\in IN^*}$ م معرفة: $(\forall n\in IN^*):u_n=\frac{\sin n}{n^2}+1$

أ- بين أن $(\forall n\in IN^*)\ ;1-\frac{1}{n^2}\le u_n\le1+\frac{1}{n^2}$.

ب- حدد $\ell im_{n\to+\infty} 1+\frac{1}{n^2}$ و $\ell im_{n\to+\infty} 1-\frac{1}{n^2}$, ثم $\ell im_{n\to+\infty} u_n$.

3) $(w_n)_{n\ge1}$ م معرفة ب : $w_1=1$ و

$$(\forall n\in IN^*)\ ;\ w_{n+1}=w_n(1+w_n) \ .$$

أ- بين أن $(\forall n\in IN)\ ;\ w_n\ge n$.

ب- استنتج $\lim_{n\to+\infty}w_n$.

المستوى : الثانية علوم تجريبية ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات	تمارين و أنشطة درس :المتتاليات cherifalix@yahoo.fr	المادة : الرياضيات الأستاذ : علي الشريف

إنسان بدون هدف كسفينة بدون دفة كلاهما سوف ينتهي به الأمر على الصخور (توماس كارليل)

☺نشاط بنائي رقم 4 :

لتكن (u_n) النتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$(\forall n\in IN) : u_n = 2^n$.

1)- بين أن $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n \geq n$.

2)- استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3)- حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$.

☺نشاط بنائي رقم :5

نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2+\dfrac{3}{u_n} \; ; \; n\in IN \end{cases}$$

يمثل الشكل جانبه منحنى الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = 2+\dfrac{3}{x}$.

1 - أ) مثل على محور الأفاصيل النقط ذات الأفاصيل u_1 و u_2 و u_3 .

ب) تظنن سلوك المنتتالية $(u_n)_n$, (التقارب).

2 - حل المعادلة $x\in]0;+\infty[\; ; \; f(x) = x$.

3 - نعتبر المتتالية $(v_n)_n$ المعرفة بما يلي :

$n\in IN ; v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n + 1}$.

أ - بين أن المتتالية $(v_n)_n$ هندسية . و حدد v_n ثم u_n بدلالة n .

ب- تحقق من أن $\forall n\in IN ; |u_n - 3| \leq \dfrac{4}{3^n + (-1)^n}$.

د) أستنتج أن $\forall n\in IN ; |u_n - 3| \leq \dfrac{4}{n-1}$, (يمكن استعمال $3^n \geq n$,لكل n من IN).

ه) أحسب النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمارين تطبيقية

☺تمرين تطبيقي رقم 1 :

حدد نهاية المتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات الآتية :

1) $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = n\sqrt{n}$.

2) $(\forall n\in IN^*) \; ; \; u_n = \dfrac{1}{n\sqrt{n}}$.

3) $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = \dfrac{n}{n+1}$.

4)- $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = \dfrac{2n+3}{5n-1}$.

5)- $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

6)- $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = \sqrt{n^2+7} - \sqrt{n^2+4}$.

7)- $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = \sqrt{2n^2-5} - n\sqrt{2}$.

8) $\forall n\in IN^* : v_n = 3n + \dfrac{n}{n-1}$.

☺تمرين تطبيقي رقم :2

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ (\forall n\in IN) \; ; \; u_{n+1} = \dfrac{1}{5}(u_n^2 + 1) \end{cases}$$

1) بين أن $(\forall n\in IN) \; ; \; 0 \leq u_n \leq 1$.

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية , ثم استنتج أنها متقاربة

☺تمرين تطبيقي رقم :3

حدد نهاية المتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات الآتية :

1) $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = -\dfrac{1}{3^n}$.

2) $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = 7\times 2^n$.

3) $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = -3\times\left(\dfrac{4}{3}\right)^n$.

4) $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = \dfrac{2^n - 3^n}{3^n}$.

5) $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = \dfrac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$.

6) $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = n^{\frac{2}{3}} - n^{\frac{3}{4}}$.

7) $(\forall n\in IN) \; ; \; u_n = n^{\frac{2}{3}} - n^{-\frac{1}{3}}$.

8) $(\forall n\in IN) \; ; \; v_n = \dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3}$.

المادة : الرياضيات الأستاذ : علي الشريف	تمارين و أنشطة درس :المتتاليات cherifalix@yahoo.fr	المستوى : الثانية علوم تجريبية ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات

إنسان بدون هدف كسفينة بدون دفة كلاهما سوف ينتهي به الأمر على الصخور (توماس كارليل)

☺**تمرين تطبيقي رقم 4:**

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$u_0 = 2$ و $(\forall n \in IN)\ ;\ u_{n+1} = 1+\sqrt{u_n}$.

1) بين أن $(\forall n \in IN)\ ;\ 2 \leq u_n \leq 3$.

2) أدرس رتابة (u_n) .

3) باستعمال الدالة $f : x \to \sqrt{x}+1$ على المجال $I = [2;3]$ حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

☺**تمرين تطبيقي رقم 5:**

لتكن $(v_n)_{n\geq 0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$v_0 = 0$ و $(\forall n \in IN)\ ;\ v_{n+1} = \sqrt{2+v_n}$.

1) بين أن $(\forall n \in IN)\ ;\ 0 \leq v_n \leq 2$.

2) أدرس رتابة (v_n) ماذا تستنتج ؟

3) باستعمال الدالة $f : x \to \sqrt{x+2}$ على المجال $I = [0;2]$ حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

☺**تمرين تطبيقي رقم 6:**

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$u_0 = 2$ و $(\forall n \in IN)\ ;\ u_{n+1} = 3u_n - 4$.

1) نظن $\ell = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ (يمكن استعمال منحنى الدالة: $x \to 3x-4$ و المستقيم ذا المعادلة $y = x$.

2) بين أن المتتالية (v_n) المعرفة بما يلي:

$(\forall n \in IN)\ ;\ v_n = u_n - 2$ هندسية .

3) استنتج u_n بدلالة n .

تمارين داعمة

☺**تمرين رقم 1 :**

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ (\forall n \in IN)\ ;\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{2}{3}u_n^2 + 2} \end{cases}.$$

1) أ- بين أن : $(\forall n \in IN)\ ;\ u_n \succ \sqrt{6}$.

ب- بين أ، المتتالية (u_n) تناقصية قطعا .

2) نضع لكل n من IN : $v_n = u_n^2 - 6$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية محددا أساسها و حدها الأول .

ب- أكتب v_n بدلالة n لكل n من IN .

ج- حدد u_n بدلالة ى وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

☺**تمرين رقم 2 :**

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ (\forall n \in IN)\ ;\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3+3^n.u_n} \end{cases}.$$

1) أ- بين أن : $(\forall n \in IN)\ ;\ u_n \succ 0$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية ثم استنتج أن: $u_n \leq 3$ لكل n من IN .

ج- استنتج أن (u_n) متتالية متقاربة .

2) نضع لكل عنصر n من IN : $v_n = \dfrac{1}{3^n \times u_n}$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية محددا أساسها وحدها الأول .

ب- حدد u_n بدلالة n لكل n من IN . ثم حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

☺**تمرين رقم 3 :**

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة بما يلي :

$(\forall n \in IN^*)$:

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + ...+ \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} .$$

1) بين أن :

$$(\forall n \in IN^*)\ ;\ \frac{n}{\sqrt{n^2+n}} \leq u_n \leq \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} .$$

2) حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

☺**تمرين رقم 4:**

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي :

$u_0 = \dfrac{1}{2}$ و

$(\forall n \in IN) ; u_{n+1} = \dfrac{1+u_n^2}{1+u_n}$.

1) بين أن $(\forall n \in IN)\ ;\ 0 \leq u_n \leq 1$.

2) بين أن (u_n) متتالية رتيبة و استنتج أنها متقاربة .

3) أ- بين أن : $(\forall n \in IN)\ ;\ 1-u_{n+1} \leq \dfrac{2}{3}(1-u_n)$.

ب- استنتج أن $(\forall n \in IN)\ ;\ 1-u_n \leq \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$.

ج- ما نهاية (u_n) ؟

إنسان بدون هدف كسفينة بدون دفة كلاهما سوف ينتهي به الأمر على الصخور (توماس كارليل)

☺تمرين رقم 5:

لتكن $(u_n)_{n\in IN}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$u_0=3$ و $(\forall n\in IN)\ ;\ u_{n+1}=\dfrac{8(u_n-1)}{u_n+2}$.

1) بين بالترجع أن : $(\forall n\in IN)\ ;\ 2\prec u_n\prec 4$.

2) أدرس رتابة المتتالية (u_n) , و استنتج أنها متقاربة .

3) أ- بين أن $(\forall n\in IN)\ ;\ 4-u_{n+1}\le \dfrac{4}{5}(4-u_n)$.

ب- استنتج أن $(\forall n\in IN)\ ;\ 4-u_n\le\left(\dfrac{4}{5}\right)^n$ ثم حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) نضع : $(\forall n\in IN)\ ;\ v_n=\dfrac{u_n-4}{u_n-2}$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول .

ب- حدد v_n ثم u_n بدلالة n.

ج- استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

5) نضع لكل $n\ge 1$, $S_n=v_0+v_1+.......+v_{n-1}$.

أحسب S_n بدلالة n و استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

☺تمرين رقم 6:

بينت دراسة نوع من البكتيريات التي أجريت في لتر من " زراعة سائلة " حيث يحتوي في البداية على 150 بكتيرية و, أن عدد هذه البكتيريات يتضاعف تقريبا ب 1,035 مرة كل دقيقة , و أن بكتيرية واحدة تموت كل دقيقة .

1) ليكن u_n عدد البكتيريات الحية بعد مرو 20 دقيقة.

2) لكل n من IN , نضع $V_n=u_n-\dfrac{1}{0{,}035}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية ثم استنتج v_n بدلالة n .

ب- استنتج u_n بدلالة n .

ج- ما عدد البكتيريات الحية بعد مرور 20 دقيقة؟

3)- تم تحسين ظروف الدراسة بحيث لا تموت أية بكتيرية خلال مدة التجربة.

أ- حدد عدد البكتيريات الحية بعد مرور 20 دقيقة.

ب- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$, ثم أول هذه النتيجة.

☺تمرين رقم 7:

لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بما يلي

$g(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$.

1) بين أنه : $(\forall x\in]1;+\infty[)\ ;\ g(x)\ge 3$.

2) لتكن المتتالية العددية (u_n) بحيث $u_0=2$

و $(\forall n\in IN)\ u_{n+1}=g(u_n)$.

☺تمرين رقم 8:

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كالآتي : $u_0=1$

و $(\forall n\in IN)\ ;\ u_{n+1}=\sqrt[3]{3u_n+1}-1$.

1) أحسب u_1 .

2) أ- برهن أن : $(\forall n\in IN)\ ,\ 0\le u_n\le 1$.

ب- أدرس رتابة (u_n) .

ج- استنتج أن (u_n) متقاربة .

3) حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

☺تمرين رقم 9:

I) f دالة عددية معرفة بما يلي $f(x)=\dfrac{1}{2}\sqrt{3+x^2}$

1) أدرس تغيرات الدالة f على IR^+ .

2) حل في IR المعادلة $f(x)=x$.

3) بين أن $(\forall x\in[0;1[)\ ;\ f(x)\succ x$.

II) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases}u_0=0\\ u_{n+1}=f(u_n)\quad ;\quad (\forall n\in IN)\end{cases}$$

1) بين أن : $(\forall n\in IN)\ ;\ 0\le u_n\le 1$.

2) أدرس رتابة المتتالية (u_n) و حدد نهايتها .

III) (v_n) م.ع بحيث $(\forall n\in IN)\ ;\ v_n=u_n^2-1$.

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول .

2) حدد v_n ثم u_n بدلالة n .

3) حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

☺تمرين رقم 10:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0\,;2]$ ب :

$$g(x)=\sqrt[3]{-x^2+2x}$$

و المتتالية (u_n) المعرفة ب :

$$u_{n+1}=\sqrt[3]{-u_n{}^2+2u_n}\ \ ;u_0=a\ \ ;0\le a\le 1$$

1) أ – أحسب : $g'(x)$ لكل من المجال $]0\,;2[$ ثم ضع جدول تغيرات g .

ب- آ ستنتج أ ن : $\forall x\in[0;2]:0\le g(x)\le 1$

2) بين أ نه إ ذا كان a=0 أ و a=1 فإ ن (u_n) ثابتة .

3) نفترض أ ن : $0\langle a\langle 1$

أ- بين أ ن : $\forall\, n\in IN:0\langle\, u_n\,\langle 1$

ب – أ درس رتابة المتتالية و آ ستنتج أ نها متقاربة .

ج - أ حسب نهاية (u_n) .

المادة : الرياضيات **الأستاذ : علي الشريف**	**تمارين و أنشطة درس :المتتاليات**	**المستوى : الثانية علوم تجريبية** **ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات**

إنسان بدون هدف كسفينة بدون دفة كلاهما سوف ينتهي به الأمر على الصخور (توماس كارليل)

السنة الدراسية 2008/2007