

Chorfi_mouhsine@yahoo.fr

1- تعريف:

الدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيري تسمى الدالة الأسية النبيرية و يرمز لها بالرمز : exp .

بمعنى: $y = \exp(x) \Leftrightarrow x = \ln(y)$ لكل $y \in]0, +\infty[$ و $x \in \mathbb{R}$.**نتائج:**- بما أن $\ln(1) = 0$ فإن $\exp(0) = 1$ و نرمز $e^0 = 1$.- بما أن $\ln(e) = 1$ فإن $\exp(1) = e$ و نرمز $e^1 = e$.- $\exp(x) > 0$ لكل $x \in \mathbb{R}$ و نكتب $e^x > 0$.- $\ln(e^x) = x$ لكل $x \in \mathbb{R}$.- $e^{\ln(x)} = x$ لكل $x \in]0, +\infty[$.**2- خاصيات:****خاصية 1:**إذا كان x و y عدنان حقيقيان. $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$ و $e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ و $e^x < e^y \Leftrightarrow x < y$.**مثال:**حل في \mathbb{R} المعادلة التالية: $e^{x-1} = e$

$$e^{x-1} = e \Leftrightarrow e^{x-1} = e^1 \Leftrightarrow x-1=1 \Leftrightarrow x=1+1=2$$

حل في \mathbb{R} المعادلة التالية: $e^{x^2-x} = 1$

$$e^{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow e^{x^2-x} = e^0 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow x(x-1)=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ أو } x=1$$

. إذن $S = \{0,1\}$.حل في \mathbb{R} المتراجحة التالية: $e^{x^2} \leq e^{2-x}$

$$e^{x^2} \leq e^{2-x} \Leftrightarrow x^2 \leq 2-x \Leftrightarrow x^2+x-2 \leq 0$$

نحل المتراجحة $x^2+x-2 \leq 0$ و نحصل على $S = [-2,1]$ **خاصية 2:**إذا كان x و y عدنان حقيقيان .

$$e^{nx} = (e^x)^n \quad e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y} \quad e^{-x} = \frac{1}{e^x} \quad \text{و} \quad e^{x+y} = e^x \times e^y$$

مثال:

$$\text{بسط: } e^{2\ln 3} \times e^{3\ln 2} \quad \text{و} \quad e^{x \times \frac{(e^3)^{-2}}{e^{-\ln 2}}} \quad \text{و} \quad e^{\ln 4 + 2\ln e}$$

$$e^{2\ln 3} \times e^{3\ln 2} = e^{\ln(3^2)} \times e^{\ln(2^3)} = e^{\ln 9} \times e^{\ln 8} = 9 \times 8 = 72$$

$$e^{x \times \frac{(e^3)^{-2}}{e^{-\ln 2}}} = e^{x \times \frac{e^{-6}}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}} = e^{x \times \frac{e^{-6}}{\frac{1}{2}}} = 2 \times e^x \times e^{-6} = 2e^{-5}$$

$$e^{\ln 4 + 2\ln e} = e^{\ln 4} \times e^{2\ln e} = 4 \times e^{\ln(e^2)} = 4e^2$$

3- النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

Chorfi_mouhsine@yahoo.fr

مثال :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^x - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^x - 1) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \left(1 - \frac{1}{e^x}\right)}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{e^x}\right) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} \times \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{e^x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \left(1 - \frac{2}{e^x}\right)}{e^x \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{e^x}}{1 + \frac{1}{e^x}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x (e^x - 1)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^x \times \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

4 - مشتقة الدالة الأسية النيبيرية :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad (e^x)' = e^x \quad -$$

- لنكن $u(x)$ قابلة للاشتقاق على مجال I .

$$(e^{u(x)})' = u'(x) e^{u(x)}$$

مثال :

لنحدد الدوال المشتقة للدوال التالية :

$$e^{2x} + x \quad \text{و} \quad e^{1-x} \quad \text{و} \quad \ln(e^x - 1) \quad \text{و} \quad (x^2 - 2x)e^x \quad \text{و} \quad \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

$$(e^{2x} + x)' = (e^{2x})' + 1 = 2e^{2x} + 1$$

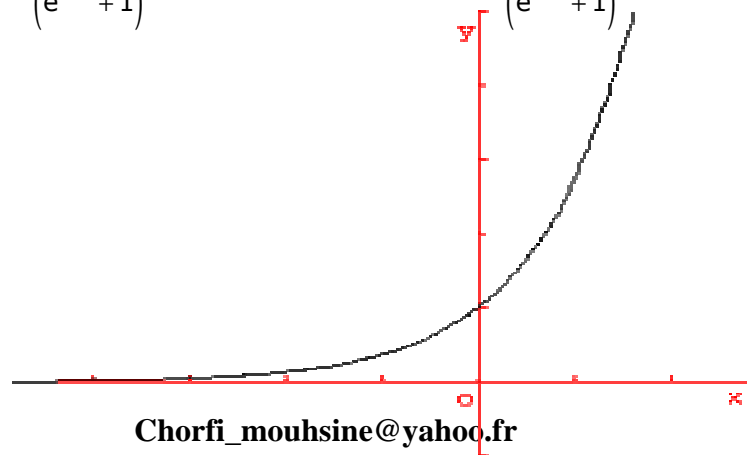
$$\left(e^{\frac{1}{1-x}}\right)' = \left(\frac{1}{1-x}\right)' \times e^{\frac{1}{1-x}} = \frac{+1}{(1-x)^2} \times e^{\frac{1}{1-x}}$$

$$\left(\ln(e^x - 1)\right)' = \frac{(e^x - 1)'}{(e^x - 1)} = \frac{e^x}{e^x - 1}$$

$$\left((x^2 - 2x)e^x\right)' = (x^2 - 2x)' \times e^x + (e^x)'(x^2 - 2x) = (2x - 2)e^x + e^x(x^2 - 2x) = 2xe^x - 2e^x + x^2e^x - 2xe^x = (x^2 - 2)e^x$$

$$\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = \frac{(e^{2x} - 1)'(e^{2x} + 1) - (e^{2x} + 1)'(e^{2x} - 1)}{(e^{2x} + 1)^2} = \frac{2e^{2x}(e^{2x} + 1) - 2e^{2x}(e^{2x} - 1)}{(e^{2x} + 1)^2} = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$$

التمثيل المبياني للدالة e^x



Chorfi_mouhsine@yahoo.fr

