الاشتقاق

الثانية بكالوريا علوم تجريبية — حسن وراق

التمرين الأول أدرس قابلية اشتقاق f في a في الحالات التالية :

$(a=0)\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\sqrt{1+x^2}}{x} ; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

$(a=1)\begin{cases} f(x)=\sqrt{x-1} ; x\geq 1 \\ f(x)=x^2+x-2 ; x<1 \end{cases}$.

$(a=4)\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x-1}{x-3} ; x>4 \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x}+12}{2x} ; 0\leq x\leq 4 \end{cases}$.

التمرين الثاني حدد المجالات التي تكون فيها f قابلة للاشتقاق ثم حدد $f'(x)$ في الحالات :

1- $f(x)=x-\sqrt{2x-4}$.

2- $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{x^2+1}-2$.

3- $f(x)=\dfrac{(2x+1)^2}{x^2-5}+\sqrt{x^2-5}$.

التمرين الثالث g دالة عددية معرفة بما يلي :

$\begin{cases} g(x)=\dfrac{x^3}{|x|} : x\neq 0 \\ g(0)=0 \end{cases}$

1- أدرس قابلية اشتقاق الدالة g في الصفر.

2- بين أن منحنى الدالة g يقبل مماسين موازيين للمستقيم الذي معادلته $y=4x$.

التمرين الرابع f دالة معرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+|x-2|}{|x+1|}$

هل f قابلة للاشتقاق في 2 ؟ أول هندسيا النتيجة.

التمرين الخامس f دالة معرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$.

1- بين أن f تقبل دالة عكسية معرفة من مجال J يتم تحديده نحو $\mathbb{R}$.

2- أ- أدرس قابلية اشتقاق f^{-1} على المجال J .

ب- حدد $(f^{-1})'(1)$.

التمرين السادس f دالة عددية معرفة بما يلي :

$f(x)=\sqrt[3]{x^3-3x+2}$.

1) تحقق أن : $x^3-3x+2=(x+2)(x-1)^2$.

2) استنتج حيز تعريف f

3) احسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ x>-2}}\dfrac{f(x)}{x+2}$; $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\dfrac{f(x)}{x-1}$; $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\dfrac{f(x)}{x-1}$ ثم أول هذه النتائج .

التمرين السابع f دالة معرفة ب : $f(x)=(x+1)\sqrt{x+1}-1$

1) هل f قابلة للاشتقاق في $x_0=-1$؟

2) بين أن f تقبل من D_f نحو مجال J نحدده تقابلا عكسيا f^{-1} .

3) حدد $f^{-1}(x)$.

4) حدد $(f^{-1})'(x)$.

التمرين الثامن f دالة عددية معرفة بما يلي :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}-\frac{5}{3}\sqrt[5]{x}$$

1- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في الصفر.

2- أ- بين أن : $\forall x>0 \quad f'(x)=\dfrac{1}{3}\left(\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^2}}-\sqrt[5]{\dfrac{1}{x^4}}\right)$.

ب- أدرس منحنى تغير الدالة f .

ت- استنتج أن : $\forall x\in\mathbb{R}^+ \quad -\dfrac{2}{3}\leq f(x)$

التمرين التاسع f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$\begin{cases} f(x)=x\sqrt{1-x} ; x<1 \\ f(x)=\sqrt[3]{x(x^2-1)} ; x\geq 1 \end{cases}$.

1- بين أن f متصلة في $x_0=1$.

2- أدرس قابلية اشتقاق f في النقطة $x_0=1$.

3- أحسب $f'(x)$ ثم اعط جدول تغيرات f .

4- g هو قصور f على المجال $I=\left[0;\dfrac{2}{3}\right]$.

❖ بين أن g تقبل دالة عكسية من مجال J يتم تحديده نحو I .

❖ حدد $(g^{-1})'(0)$.