الثانوية التأهيلية الحسين بن علي السنة الدراسية 2005 – 2006	**فرض محروس رقم 2**	الثانية علوم 6 / فوج أ ذ: عبد الرحمان فقري

تمـــريـــن 1 :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2+u_n} \end{cases}$ و

1) أ ـ أثبت أن : $u_n > 0 \quad , \quad (\forall n \in IN)$

ب ـ أثبت أن : $u_n \leq 2 \quad , \quad (\forall n \in IN)$

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

3) لكل n من IN نضع : $v_n = \dfrac{u_n}{1+u_n}$

أ ـ بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$.

ب ـ أحسب v_n ثم u_n بدلالة n.

ج ـ أحسب المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{n-1}$

تمـــريـــن 2 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يلي: $f(x) = \dfrac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}}$

وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ ـ أحسب النهايتين التاليتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$

ب ـ ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f .

2) أ ـ بين أن : $f'(x) = \dfrac{\sqrt{2}(x+2)}{2\sqrt{(1+x)^3}}$ لكل x من المجال $]-1;+\infty[$.

ب ـ اعط جدول تغيرات الدالة f.

3) أرسم المنحنى (C_f) .

4) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كمايلي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ و

أ ـ أثبت أن : $0 < u_n < 1 \quad , \quad (\forall n \in IN)$

ب ـ بين أن المتتالية (u_n) تزايدية قطعا .

ج ـ استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .

الثانوية التأهيلية الحسين بن علي السنة الدراسية 2005 – 2006	**فرض محروس رقم 2**	الثانية علوم 6 / فوج ب ذ: عبد الرحمان فقري

تمــريــن 1 :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي: $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3-u_n}$

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = \frac{2}{3-u_n} \end{cases}$$

1) أثبت أن : $(\forall n \in IN) , \quad 1 \langle u_n \langle 2$

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

3) لكل n من IN نضع : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 2}$

أ ـ بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

ب ـ أحسب v_n ثم u_n بدلالة n.

ج ـ أحسب المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{n-1}$

تمــريــن 2 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;4]$ بما يلي: $f(x) = x\sqrt[3]{4-x}$

وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ ـ أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب ـ ادرس الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة f بجوار $-\infty$.

2) أ ـ ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في $x_0 = 4$ واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.

ب ـ بين أن : $f'(x) = \frac{4}{3} \times \frac{3-x}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}$ لكل x من المجال $]-\infty;4[$.

ج ـ اعط جدول تغيرات الدالة f.

3) أرسم المنحنى (C_f) .

4) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كمايلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

أ ـ أثبت أن : $(\forall n \in IN) , \quad 1 \le u_n \le 3$

ب ـ بين أن المتتالية (u_n) تزايدية قطعا .

ج ـ استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .