

## ← تكامل دالة متصلة على قطعة:

لتكن  $f$  دالة متصلة على مجال  $[a, b]$  و  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $[a, b]$   
تكامل الدالة  $f$  من  $a$  إلى  $b$  هو العدد الحقيقي:

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

## ← خاصيات:

الخطائية: →

$\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$	$\int_a^a f(x)dx = 0$
$\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$	$(k \in \mathbb{R}) \quad \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$

علاقة شال: →

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

## ← التكامل و الترتيب:

$\forall x \in [a, b] \quad f(x) \leq g(x)$ إذا كان: فإن: $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$	$\forall x \in [a, b] \quad f(x) \geq 0$ إذا كان: فإن: $\int_a^b f(x)dx \geq 0$
---	--

## ← القيمة المتوسطة:

لتكن  $f$  دالة متصلة على مجال  $[a, b]$

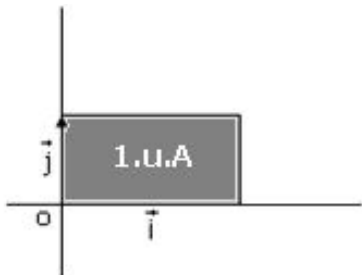
القيمة المتوسطة للدالة على المجال  $[a, b]$  هي العدد الحقيقي:  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$

## ← المكاملة بالأجزاء:

لتكن  $f$  و  $g$  دالتين قابلتين للاشتقاق على مجال  $[a, b]$  بحيث تكون  $f'$  و  $g'$  متصلتين على المجال  $[a, b]$

$$\int_a^b [f'(x) \times g(x)] dx = [f(x) \times g(x)]_a^b - \int_a^b [f(x) \times g'(x)] dx$$

## ← حساب مساحة حيز:



ليكن المستوى منسوباً إلى معلم متعامد  $(0, \vec{i}, \vec{j})$   
وحدة المساحة:  $u.A$  هي مساحة المستطيل المحدد بالنقطة  $O$  و المتجهتين  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$

$$1.u.A = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

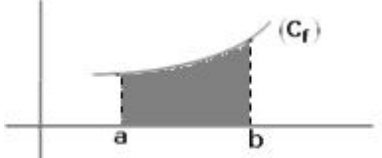
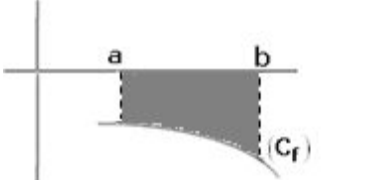
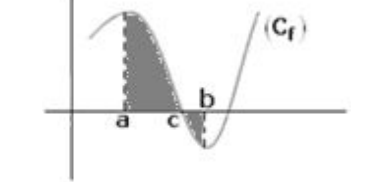
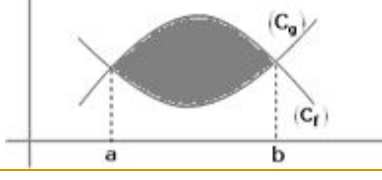
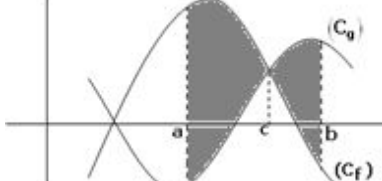
لتكن  $f$  و  $g$  دالتين متصلتين على مجال  $[a; b]$   
مساحة الحيز المحصور بين المنحنيين  $C_f$  و  $C_g$   
ومحور الأفاسيل والمستقيمين اللذين  
معادلتاهما:  $x = a$  و  $y = b$  هي:

$$\left( \int_a^b |f(x) - g(x)| dx \right) \cdot u.A$$

لتكن  $f$  دالة متصلة على مجال  $[a; b]$   
مساحة الحيز المحصور بين المنحنى  $C_f$  ومحور  
الأفاسيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:  
 $x = a$  و  $y = b$  هي:

$$\left( \int_a^b |f(x)| dx \right) \cdot u.A$$

### حالات خاصة:

الرسم	ملاحظات	مساحة الحيز الرمادي في الرسم
	$f$ موجبة على المجال $[a, b]$	$\left( \int_a^b f(x) dx \right) \cdot u.A$
	$f$ سالبة على المجال $[a, b]$	$\left( \int_a^b -f(x) dx \right) \cdot u.A$
	• $f$ موجبة على المجال $[a, c]$ • $f$ سالبة على المجال $[c, b]$	$\left( \int_a^c f(x) dx + \int_c^b -f(x) dx \right) \cdot u.A$
	$(C_f)$ يوجد فوق $(C_g)$ على المجال $[a, b]$	$\left( \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right) \cdot u.A$
	• $(C_f)$ فوق $(C_g)$ على المجال $[a, c]$ • $(C_g)$ فوق $(C_f)$ على المجال $[c, b]$	$\left( \int_a^c (f(x) - g(x)) dx + \int_c^b (g(x) - f(x)) dx \right) \cdot u.A$

### حساب حجم:

حجم المجسم المولد بدوران المنحنى  $(C_f)$  حول  
محور الأفاسيل دورة كاملة في مجال  $[a, b]$

هو:  $V = \left[ \int_a^b \pi (f(x))^2 dx \right] \cdot u.v$

