

← نهايات الدوال  $x \mapsto x^n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) و  $x \mapsto \sqrt{x}$  و مقلوباتها:

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} x^n = 0$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^n} = 0$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$

إذا كان n عددا فرديا فإن:	إذا كان n عددا زوجيا فإن:
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^n} = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^n} = +\infty$

← نهايات الدوال الحدودية و الدوال الجذرية عند  $+\infty$  أو عند  $-\infty$ :

نهاية دالة جذرية عند  $+\infty$  أو عند  $-\infty$   
هي نهاية خارج حديها الأكبر درجة

نهاية حدودية عند  $+\infty$  أو عند  $-\infty$  هي  
نهاية حدها الأكبر درجة

← نهايات الدوال من النوع:  $x \mapsto \sqrt{u(x)}$

$\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{u(x)}$	←	$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x)$
$\sqrt{l}$		$l \geq 0$
$+\infty$		$+\infty$

هذه النهايات تبقى سالحة عند  $x_0$  على اليمين أو عند  $x_0$  على اليسار أو عند  $+\infty$  أو عند  $-\infty$

## ← النهايات و الترتيب:

$\left. \begin{array}{l} u(x) \leq f(x) \leq V(x) \\ \lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = \ell \\ \lim_{x \rightarrow x_0} V(x) = \ell \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$	$\left. \begin{array}{l}  f(x) - \ell  \leq V(x) \\ \lim_{x \rightarrow x_0} V(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$
$\left. \begin{array}{l} u(x) \leq V(x) \\ \lim_{x \rightarrow x_0} V(x) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$	$\left. \begin{array}{l} u(x) \leq f(x) \\ \lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$

هذه النهايات تبقى صالحة عند  $x_0$  على اليمين أو عند  $x_0$  على اليسار أو عند  $+\infty$  أو عند  $-\infty$

## ← العمليات على النهايات:

➔ نهاية مجموع دالتين:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\ell$	$\ell$	$\ell$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\ell'$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$	$\ell + \ell'$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ش غ م

➔ نهاية جداء دالتين:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\ell$	$\ell < 0$		$\ell > 0$		$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$0$
$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\ell'$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$\pm\infty$
$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \times g(x)]$	$\ell \times \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ش غ م

➔ نهاية خارج دالتين:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\ell$	$\ell$	$\ell < 0$		$\ell > 0$		$-\infty$	$+\infty$	$0$	$\pm\infty$		
$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	$0^-$	$0^+$	$0^-$	$0^+$	$0^-$	$0^+$	$0^-$	$0^+$	$0$	$\pm\infty$
$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{\ell}{\ell'}$	$0$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ش غ م	ش غ م

ملاحظة عامة

هذه النهايات تبقى صالحة عند  $x_0$  على اليمين أو عند  $x_0$  على اليسار أو عند  $+\infty$  أو عند  $-\infty$