

← تكامل دالة متصلة على قطعة:

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a, b]$ و F دالة أصلية للدالة f على المجال $[a, b]$
تكامل الدالة f من a إلى b هو العدد الحقيقي:

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

← خاصيات:

الخطانية: ↪

$$\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

$$\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

$$(k \in \mathbb{R}) \quad \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$$

علاقة شال: ↪

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

← التكامل و الترتيب:

إذا كان: $\forall x \in [a, b] \quad f(x) \leq g(x)$

$$\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx \quad \text{فإن:}$$

إذا كان: $\forall x \in [a, b] \quad f(x) \geq 0$

$$\int_a^b f(x)dx \geq 0 \quad \text{فإن:}$$

← القيمة المتوسطة:

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a, b]$

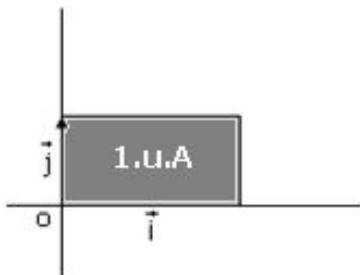
القيمة المتوسطة للدالة على المجال $[a, b]$ هي العدد الحقيقي: $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$

← المكاملة بالأجزاء:

لتكن f و g دالتين قابلتين للاشتقاق على مجال $[a, b]$ بحيث تكون f' و g متصلتين على المجال $[a, b]$

$$\int_a^b [f'(x) \times g(x)] dx = [f(x) \times g(x)]_a^b - \int_a^b [f(x) \times g'(x)] dx$$

← حساب مساحة حيز:



ليكن المستوى منسوباً إلى معلم متعامد $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$
وحدة المساحة: $u.A$ هي مساحة المستطيل المحدد بالنقطة 0 و المتجهين \vec{i} و \vec{j}

$$1.u.A = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

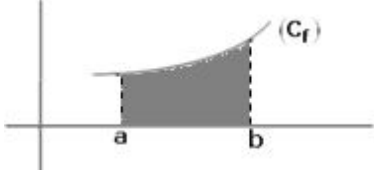

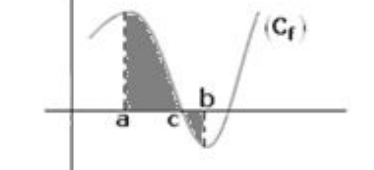
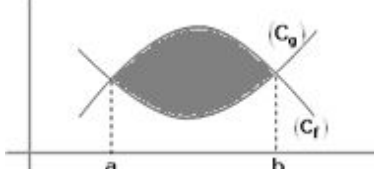
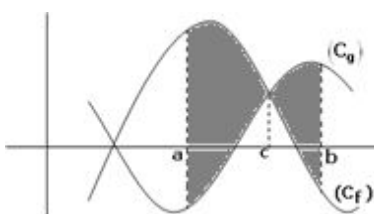
لتكن f و g دالتين متصلتين على مجال $[a; b]$
مساحة الحيز المحصور بين المنحنيين C_f و
 C_g ومحور الأفصيل والمستقيمين اللذين
معادلتاهما: $x = a$ و $y = b$ هي:

$$\left(\int_a^b |f(x) - g(x)| dx \right) \cdot u.A$$

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a; b]$
مساحة الحيز المحصور بين المنحنى C_f ومحور
الأفصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:
 $x = a$ و $y = b$ هي:

$$\left(\int_a^b |f(x)| dx \right) \cdot u.A$$

حالات خاصة:

| الرسم | ملاحظات | مساحة الحيز الرمادي في الرسم |
|---|--|--|
|  | f موجبة على المجال $[a, b]$ | $\left(\int_a^b f(x) dx \right) \cdot u.A$ |
|  | f سالبة على المجال $[a, b]$ | $\left(\int_a^b -f(x) dx \right) \cdot u.A$ |
|  | • f موجبة على المجال $[a, c]$ • f سالبة على المجال $[c, b]$ | $\left(\int_a^c f(x) dx + \int_c^b -f(x) dx \right) \cdot u.A$ |
|  | (C_f) يوجد فوق (C_g) على المجال $[a, b]$ | $\left(\int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right) \cdot u.A$ |
|  | • (C_f) فوق (C_g) على المجال $[a, c]$ • (C_g) فوق (C_f) على المجال $[c, b]$ | $\left(\int_a^c (f(x) - g(x)) dx + \int_c^b (g(x) - f(x)) dx \right) \cdot u.A$ |

حساب حجم:

حجم المجسم المولد بدوران المنحنى (C_f) حول
محور الأفصيل دورة كاملة في مجال $[a, b]$

هو: $V = \left[\int_a^b \pi (f(x))^2 dx \right] \cdot u.v$

