الدوال الأصلية (محمد الكيال)

الدوال الأصلية لدالة متصلة على مجال:

تعريف:

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I
نقول أن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال I
إذا تحقق الشرطان التاليان:

- F قابلة للاشتقاق على المجال I
- $F'(x) = f(x) \qquad \forall x \in I$

خاصيات:

كل دالة متصلة على مجال تقبل دالة أصلية على هذا المجال

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I
إذا كانت F دالة أصلية للدالة f على المجال I فإن:
جميع الدوال الأصلية للدالة f معرفة على I بما يلي:

$$x \mapsto F(x) + k \qquad (k \in \mathbb{R})$$

لتكن f دالة عددية تقبل دالة أصلية على مجال I
وليكن x_0 عنصرا من I و y_0 عنصرا من $\mathbb{R}$
توجد دالة أصلية وحيدة F للدالة f على المجال I تحقق الشرط البدئي:

$$F(x_0) = y_0$$

الدوال الأصلية: لمجموع دالتين- لجداء دالة و عدد حقيقي:

خاصية:

لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على مجال I و k عددا حقيقيا
إذا كانت F و G دالتين أصليتين للدالتين f و g على المجال I على التوالي فإن:

- $F+G$ دالة أصلية للدالة $f+g$ على المجال I
- kF دالة أصلية للدالة kf على المجال I

جدول الدوال الأصلية لبعض الدوال الاعتيادية:

	$f(x)$	$F(x)$
	$a \in \mathbb{R}$	$ax + k$
	x	$\frac{1}{2}x^2 + k$
	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{-1}{x} + k$
	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + k$
$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$	x^r	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + k$
	$\sin x$	$-\cos x + k$
	$\cos x$	$\sin x + k$
	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + k$
	$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + k$
	e^x	$e^x + k$

استعمال صيغ الاشتقاق لتحديد بعض الدوال الأصلية:

	$f(x)$	$F(x)$	
	$u'(x) + v'(x)$	$u(x) + v(x) + k$	
$(a \in \mathbb{R})$	$a\,u'(x)$	$a\,u(x) + k$	
	$u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$	$u(x) \times v(x) + k$	
	$\frac{-v'(x)}{[v(x)]^2}$	$\frac{1}{v(x)} + k$	
	$\frac{u'(x) \times v(x) - u(x) \times v'(x)}{[v(x)]^2}$	$\frac{u(x)}{v(x)} + k$	
	$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)} + k$	
$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$	$u'(x) \times [u(x)]^r$	$\frac{[u(x)]^{r+1}}{r+1} + k$	
	$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln\lvert u(x)\rvert + k$	
	$u'(x) \times e^{u(x)}$	$e^{u(x)} + k$	
$(a \neq 0)$	$\cos(ax + b)$	$\frac{1}{a}\sin(ax + b) + k$	
$(a \neq 0)$	$\sin(ax + b)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax + b) + k$	$(k \in \mathbb{R})$