

القدرات المستهدفة

- ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التآلفية و الهندسة المتجهية بواسطة الإحداثيات.
- استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية .

1- إحداثيات متجهة و نقطة "تذكير"نشاط رقم 1

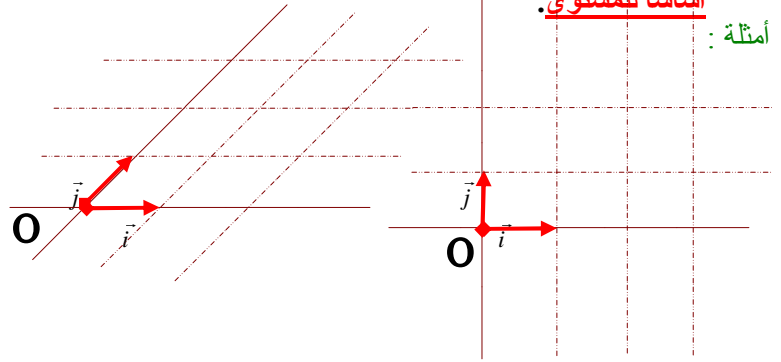
- 1 - حدد إحداثيات المتجهات الموجودة على الشكل .
- 2 - قارن المتجهين  $\vec{u}$  و  $\vec{AB}$  . ماذا تستنتج بالنسبة لإحداثياتهما ؟

1- أساس مستوى - معلم مستوى :تعريف :

إذا كانت  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  متجهتين غير مستقيمتين فإن الزوج  $(\vec{i}, \vec{j})$  يسمى

أساسا للمستوى.

أمثلة :



$(\vec{i}, \vec{j})$  معلم منظم

$(\vec{i}, \vec{j})$  معلم متعامد منظم

$(\vec{i}, \vec{j})$  أساس منظم

$(\vec{i}, \vec{j})$  أساس متعامد منظم

2- إحداثيات متجهةخاصية و تعريف :

ليكن  $(\vec{i}, \vec{j})$  أساسا للمستوى .

لكل متجهة  $\vec{u}$  يوجد زوج وحيد  $(x, y)$  بحيث  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$  .

الزوج  $(x, y)$  يسمى زوج إحداثيات المتجهة  $\vec{u}$  و نكتب  $\vec{u}(x, y)$  .

إذا كانت  $\vec{u}(x, y)$  و  $\vec{v}(x', y')$  فإن  $\vec{v} = \vec{u}$  تكافئ  $x = x'$  و  $y = y'$  .

تمرين تطبيقي رقم 1

1-  $ABC$  مثلث و  $M$  منتصف  $[BC]$  و  $N$  نقطة بحيث  $\vec{AN} = \frac{3}{2}\vec{AC}$  .

حدد إحداثيات المتجهات التالية :  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  و  $\vec{AM}$  و  $\vec{AN}$  في الأساس  $(\vec{AB}, \vec{AC})$  .

2- نعتبر المتجهين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  بحيث  $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  و  $\vec{v} = (1-x)\vec{i} + 4\vec{j}$  .

حدد قيمة  $x$  و  $y$  بحيث يكون  $\vec{u} = \vec{v}$  .

3- إحداثيات مجموع متجهتين و ضرب متجهة في عدد حقيقي:نشاط رقم 2

نعتبر في الأساس  $(\vec{i}, \vec{j})$  المتجهتين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  بحيث  $\vec{u}(x, y)$  و  $\vec{v}(x', y')$  عدد حقيقي.

أ- أكتب كل من المتجهتين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  بدلالة المتجهتين  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  .

ب- أكتب المتجهتين  $\vec{u} + \vec{v}$  و  $k\vec{u}$  بدلالة المتجهتين  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  .

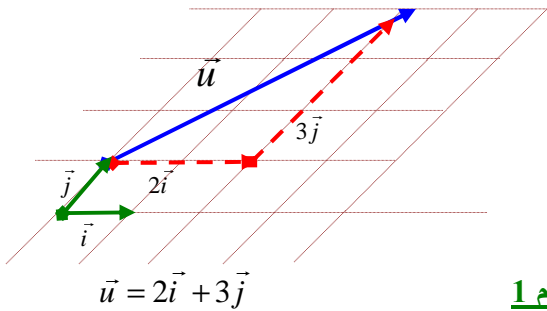
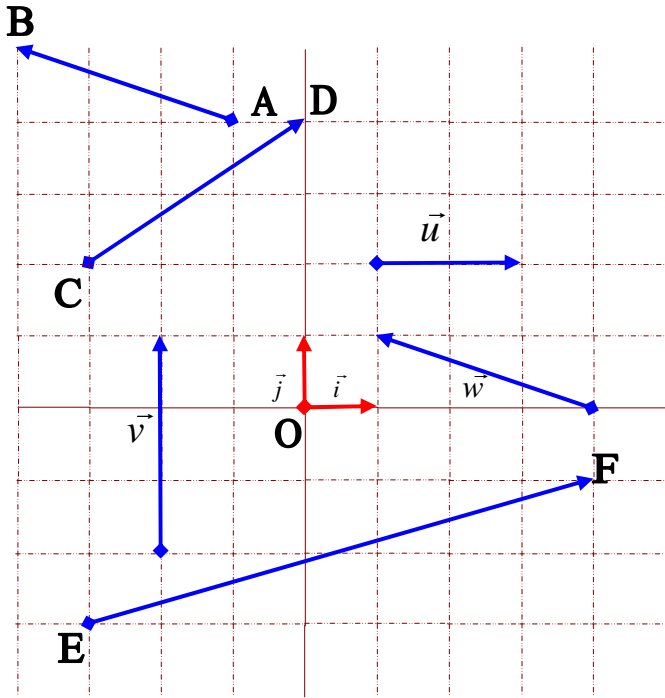
ج- استنتج إحداثيات المتجهتين  $\vec{u} + \vec{v}$  و  $k\vec{u}$  في الأساس  $(\vec{i}, \vec{j})$  .

خاصية :

ليكن  $(\vec{i}, \vec{j})$  أساسا للمستوى و  $k$  عددا حقيقيا.

- إذا كان  $(x, y)$  و  $(x', y')$  هما إحداثيات المتجهتين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  على التوالي فإن  $(x+x', y+y')$  هو زوج إحداثيات المتجهة  $\vec{u} + \vec{v}$  .

- إذا كان  $(x, y)$  هو زوج إحداثيات المتجهة  $\vec{u}$  فإن  $(kx, ky)$  هو زوج إحداثيات المتجهة  $k\vec{u}$  .



القدرات المستهدفة

- ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التآلفية و الهندسة المتجهية بواسطة الإحداثيات .
- استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية .

4 - إحداثيتنا نقطة.

نعتبر المستوى  $(P)$  منسوب للمعلم المتعامد الممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

حدد إحداثيتي المتجهات التالية :  $\vec{OA}$  و  $\vec{OB}$  و  $\vec{OC}$  و  $\vec{OD}$  في الأساس  $(\vec{i}, \vec{j})$ .

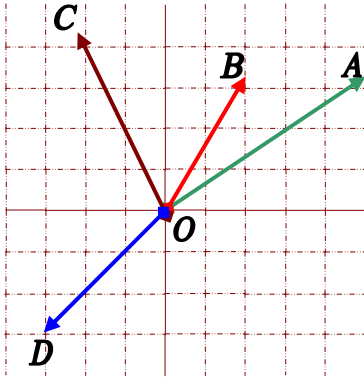
ثم استنتج إحداثيتي النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$ .

**تعريف :**

ليكن  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  معلما بحيث  $\vec{OI} = \vec{i}$  و  $\vec{OJ} = \vec{j}$ .

لكل نقطة  $M$  من المستوى يوجد زوج وحيد  $(x, y)$  بحيث  $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ .

الزوج  $(x, y)$  هو زوج إحداثيتي النقطة  $M$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  و نكتب  $M(x, y)$ .

نشاط رقم 2

نعتبر النقطتين  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1 - أكتب  $\vec{OA}$  و  $\vec{OB}$  بدلالة المتجهين  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$ .

2 - استنتج كتابة للمتجهة  $\vec{AB}$  بدلالة  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$ .

3 - لتكن  $M$  منتصف القطعة  $[AB]$

أ - أكتب المتجهة  $\vec{OM}$  بدلالة المتجهين  $\vec{OA}$  و  $\vec{OB}$  ثم استنتج إحداثيتي النقطة  $M$ .

ب - أكتب المسافة  $AB$  بدلالة إحداثيتي النقطتين  $A$  و  $B$ .

5 - إحداثيتنا متجهة  $\vec{AB}$  :

**خاصية :**

ليكن  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  معلما .

إذا كانت  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  فإن  $\vec{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$  في الأساس  $(\vec{i}, \vec{j})$ .

6 - إحداثيتنا منتصف قطعة :

**خاصية :**

إذا كانت  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  و  $M$  منتصف القطعة  $[AB]$  فإن  $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ .

7 - المسافة بين نقطتين :

**خاصية :**

ليكن  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  معلما متعامدا ممنظما .

إذا كانت  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  فإن  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ .

تمرين تطبيقي رقم 2

ليكن  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  معلما متعامدا ممنظما .

نعتبر النقط  $A(-2, 5)$  و  $B(1, -3)$  و  $C(-1, -2)$  و  $D(4, -1)$ .

1 - حدد إحداثيتي المتجهين  $\vec{OB}$  و  $\vec{OD}$ .

2 - حدد إحداثيتي المتجهين  $\vec{AB}$  و  $\vec{BD}$ .

3 - حدد إحداثيتي المتجهين  $3\vec{AC}$  و  $\vec{BC} + \vec{AD}$ .

4 - حدد إحداثيتي  $M$  منتصف القطعة  $[BC]$ .

5 - أحسب المسافتين  $AB$  و  $BD$ .

II - مستقيم معرف بنقطة و متجهة موجهة :1 - شرط استقامية متجهتين :نشاط رقم 3

1 - نعتبر المتجهين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  بحيث  $\vec{u}(3, -1)$  و  $\vec{v}(-9, 3)$  في الأساس  $(\vec{i}, \vec{j})$ .

أ - أكتب المتجهة  $\vec{v}$  بدلالة المتجهة  $\vec{u}$ .

القدرات المستهدفة

- ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التآلفية و الهندسة المتجهية بواسطة الإحداثيات .  
- استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية .

ب - أحسب المحددة  $\begin{vmatrix} +3 & -9 \\ -1 & +3 \end{vmatrix}$  .

2 - نعتبر المتجهين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  بحيث  $\vec{u}(-2,5)$  و  $\vec{v}(10,-1)$  في الأساس  $(\vec{i}, \vec{j})$  .

أ - هل يمكن إيجاد عدد حقيقي  $k$  بحيث  $\vec{v} = k\vec{u}$  ؟

ب - أحسب المحددة  $\begin{vmatrix} -2 & 10 \\ +5 & -1 \end{vmatrix}$  .

3 - ماذا نستنتج ؟

**تعريف :**

$\vec{u}(x,y)$  و  $\vec{v}(x',y')$  متجهتين من المستوى المنسوب إلى الأساس  $(\vec{i}, \vec{j})$  .

$\vec{u}$  و  $\vec{v}$  مستقيمتان إذا و فقط إذا كان  $xy' - x'y = 0$  .

العدد  $xy' - x'y$  يسمى محددة المتجهين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  بالنسبة للأساس  $(\vec{i}, \vec{j})$  و نكتب :  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$  .

تمرين تطبيقي رقم 3

1 - أدرس استقامية المتجهتين  $\vec{u}(-5,6)$  و  $\vec{v}(2,-4)$  .

2 - حدد قيمة العدد  $\alpha$  بحيث تكون  $\vec{u}(2\alpha,-1)$  و  $\vec{v}(-3\alpha,-4)$  مستقيمتان .

3 - أدرس استقامية المتجهتين  $\vec{u}(m,2m)$  و  $\vec{v}(1,m)$  حسب قيم البارامتر  $m$  .

2 - متجهة موجهة لمستقيم :نشاط رقم 4

نعتبر في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  النقط التالية  $A(0,2)$  و  $B(-2,1)$  و  $C(-6,-1)$  و  $E(3,-2)$  و المتجهة  $\vec{u}(2,1)$  .

1 - حدد إداثيتي المتجهات  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  و  $\vec{AE}$  في الأساس  $(\vec{i}, \vec{j})$  .

2 - أدرس استقامية المتجهات  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  و  $\vec{AE}$  مع المتجهة  $\vec{u}$  .

3 - أرسم النقط  $A(0,2)$  و  $B(-2,1)$  و  $C(-6,-1)$  و  $E(3,-2)$  و المستقيم المار من  $A$  و  $B$  .

4 - ما ذا نستنتج ؟

5 - أوجد العدد الحقيقي  $k$  في كل حالة  $\vec{AB} = k\vec{u}$  و  $\vec{AC} = k\vec{u}$  .

5 - لنكن النقطة  $M$  بحيث  $\vec{AM} = k\vec{u}$  , استنتج مجموعة النقط  $M$  .

**تعريف :**

ليكن  $(D)$  مستقيم يمر من نقطتين مختلفتين  $A$  و  $B$  .

كل متجهة غير منعدمة و مستقيمة مع  $\vec{AB}$  تسمى متجهة موجهة للمستقيم  $(D)$

و نقول إن  $(D)$  يمر من  $A$  و موجه بالمتجهة  $\vec{u}$  .

**تعريف :**

لنكن  $A$  نقطة من المستوى و  $\vec{u}$  متجهة غير منعدمة .

مجموعة النقط  $M$  من المستوى التي تحقق  $\vec{AM} = t\vec{u}$  بحيث  $t \in \mathbb{R}$  هي المستقيم المار من النقطة  $A$  و الموجه بالمتجهة  $\vec{u}$

و نكتب  $D(A, \vec{u})$  .

3 - تمثيل بارامترى لمستقيم :نشاط رقم 5

نعتبر المستقيم  $(D)$  الذي يمر من النقطة  $A(-1,3)$  و موجه بالمتجهة  $\vec{u}(2,-1)$  .

1 - حدد من بين النقط التالية تلك التي تنتمي إلى المستقيم  $(D)$  :  $B(3,1)$  و  $C(2,-4)$  و  $E(-3,4)$  و  $F(-4,-1)$  .

2 - لنكن  $M(x,y)$  نقطة تنتمي إلى المستقيم  $(D)$

أ - أوجد علاقة بين  $\vec{AM}$  و  $\vec{u}$  .  
ب - استنتج إداثيتي النقطة  $M$  .

**تعريف :**

ليكن  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  معلما للمستوى  $(P)$  . و لنكن النقطة  $A(x_0, y_0)$  من المستوى  $(P)$  و  $\vec{u}(a,b)$  متجهة غير منعدمة .

النظمة  $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} t \in \mathbb{R}$  تسمى تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(D)$  المار من  $A(x_0, y_0)$  و الموجه بالمتجهة  $\vec{u}(a,b)$  .

القدرات المستهدفة

- ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التآلفية و الهندسة المتجهية بواسطة الإحداثيات .  
- استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية .

تمرين تطبيقي رقم 4

1 - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من النقطة  $A(3, -2)$  و الموجه بالمتجهة  $\vec{u}(-1, 4)$  .

2 - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D') المار من النقطتين  $A(-1, 2)$  و  $B(-4, -2)$  .

4 - معادلة ديكارتية لمستقيم في المستوى:نشاط رقم 6

1 - أ - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من النقطة  $A(-2, 5)$  و الموجه بالمتجهة  $\vec{u}(-1, 2)$  .  
ب - أوجد علاقة بين  $x$  و  $y$  .

2 - أ - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من النقطة  $A(x_A, y_A)$  و الموجه بالمتجهة  $\vec{u}(a, b)$  .  
ب - أوجد علاقة بين  $x$  و  $y$  .

**خاصية 1 :**

ليكن  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  معلما للمستوى (P) .

كل مستقيم (D) في المستوى له معادلة على الشكل  $ax+by+c=0$  بحيث  $a \neq 0$  أو  $b \neq 0$  تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D) .

**خاصية 2 :**

ليكن  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  معلما للمستوى (P) و  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية بحيث  $a \neq 0$  أو  $b \neq 0$  .

مجموعة النقط  $M(x, y)$  بحيث  $ax+by+c=0$  هي مستقيم موجه بالمتجهة  $\vec{u}(-b, a)$

تمرين تطبيقي رقم 5

1 - حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المار من  $A(-3, 2)$  و  $B(-1, 3)$  .

2 - حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المار من  $A(1, -3)$  و الموجه بالمتجهة  $\vec{u}(-3, -1)$  .

3 - حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) ذو التمثيل البارامترى  $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-3t \end{cases} t \in \mathbb{R}$  .

4 - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) ذو المعادلة  $3x+y-1=0$  .

5 - الأوضاع النسبية لمستقيمين :نشاط رقم 7

1 - ليكن (D) مستقيم يمر من النقطة  $A(-3, 2)$  و موجه بالمتجهة  $\vec{u}(-3, -1)$  و (D') مستقيم يمر من النقطة  $B(-1, 3)$  و موجه بالمتجهة

$\vec{v}(-2, 4)$  .

أ - حدد معادلتين ديكارتيين للمستقيمين (D) و (D') .

ب - أحسب  $\det(\vec{u}, \vec{v})$  و حل النظمة التالية  $\begin{cases} -x+3y=9 \\ 2x+y=1 \end{cases}$  . ماذا نستنتج ؟

2 - ليكن (D) مستقيم يمر من النقطة  $A(-3, 2)$  و موجه بالمتجهة  $\vec{u}(-2, -1)$  و (D') مستقيم يمر من النقطة  $B(-1, 3)$  و موجه بالمتجهة  $\vec{v}(4, 2)$  .

أ - حدد معادلتين ديكارتيين للمستقيمين (D) و (D') .

ب - أحسب  $\det(\vec{u}, \vec{v})$  و حل النظمة التالية  $\begin{cases} -x+2y=7 \\ 2x-4y=-14 \end{cases}$  . ماذا نستنتج ؟

**خاصية :**

ليكن (D) مستقيم يمر من النقطة A و موجه بالمتجهة  $\vec{u}$

و (D') مستقيم يمر من النقطة B و موجه بالمتجهة  $\vec{v}$  .

إذا كان  $\det(\vec{u}, \vec{v}) \neq 0$  فإن المستقيمان (D) و (D') متقاطعان .

إذا كان  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$  .

• إذا كانت  $A \in (D')$  فإن المستقيمان (D) و (D') منطبقان

• إذا كانت  $A \notin (D')$  فإن المستقيمان (D) و (D') متوازيان قطعا

والله المستعان