



أولمبياد الرياضيات  
جذع مشترك علوم  
المرحلة الثانية

مدة الانجاز: 3 ساعات

التمرين الأول:

ليكن  $x$  عددا حقيقيا موجبا بحيث:  $\sqrt{x+23} + \sqrt{x} = 46$   
حدد القيمة العددية للتعبير  $\sqrt{x+23} - \sqrt{x}$

التمرين الثاني:

(1) ليكن  $x$  و  $y$  عددين حقيقيين موجبين.

بين أن  $x + y \geq 2\sqrt{xy}$

(2) بين أن  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 4$  لكل  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعداد حقيقية موجبة قطعاً.

التمرين الثالث:

قارب يؤمن المرور بين مدينتي الرباط و سلا على نهر أبي رقراق في حركة مستقيمة منتظمة بسرعة  $V$ .  
تحت تأثير الرياح تصبح هذه السرعة على الشكل التالي:

من الرباط الى سلا  $V + v$  حيث  $(0 < v < V)$

من سلا الى الرباط  $V - v$

هل لوجود الرياح تأثير ايجابي أم سلبي على المدة التي يستغرقها القارب ذهابا و ايابا؟

التمرين الرابع:

$(D_1)$  و  $(D_2)$  مستقيمان متوازيان من المستوى  $P$ .

$(\Delta)$  المستقيم العمودي على  $(D_1)$  و  $(D_2)$  على التوالي في النقطتين

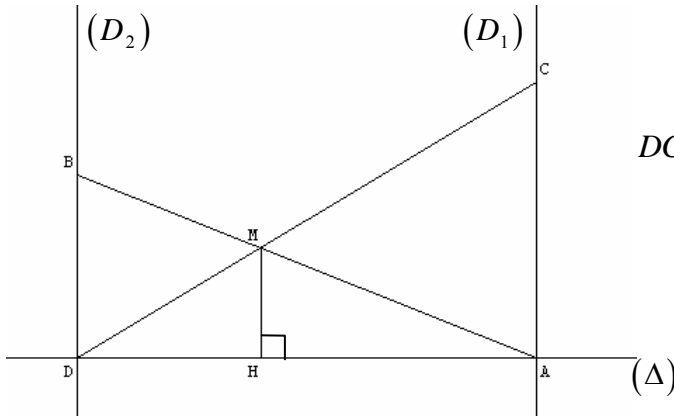
$A$  و  $D$  و  $AD = 5$

$C$  نقطة من  $(D_1)$  و  $B$  نقطة من  $(D_2)$  بحيث  $AB = 7$  و  $DC = 9$

(أنظر الشكل جانبه)

حدد المسافة الفاصلة بين نقطة تقاطع المستقيمين  $(AB)$  و  $(CD)$

و المستقيم  $(\Delta)$  (أي المسافة  $MH$ )



التمرين الخامس:

بين أن:  $\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} < \cos(1) + \sin(1) < \sqrt{1 + \frac{\sqrt{6}}{2}}$  (الوحدة المختارة هي الراديان)

التمرين السادس:

نعتبر في المستوى  $P$  نصفي مستقيم  $[Ox)$  و  $[Oy)$

لتكن  $A_1$  و  $A_2$  و  $A_3$  ثلاث نقط من نصف المستقيم  $[Ox)$

و  $B_1$  و  $B_2$  و  $B_3$  ثلاث نقط من نصف المستقيم  $[Oy)$  بحيث:

$OA_1 = OB_1 = B_1A_2 = A_1B_2 = B_2A_3 = A_2B_3 = a$

(أنظر الشكل جانبه)

ليكن  $\beta$  قياس الزاوية الهندسية  $\widehat{A_1OB_1}$

حدد  $\beta$  لكي يكون  $A_3B_3 = a$

