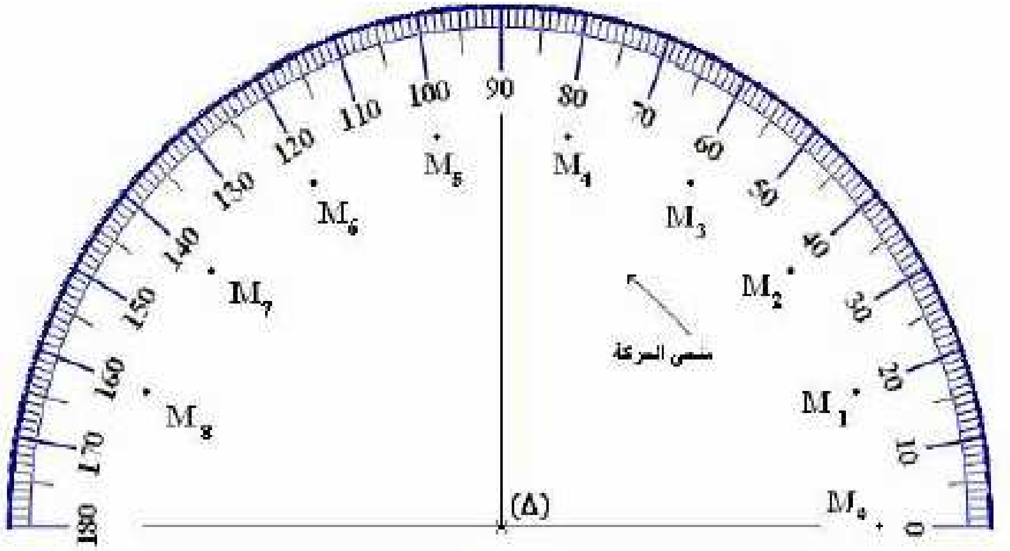
سلسلة رقم2- الأولى باك (حركةدوران جسم حول محور ثابت)

I) نعتبر قرصا(D) متجانسا شعاعه $R=0,3m$ في دوران حول محور رأسي (Δ)ثابت متعامد مع مستواه
ويمر من مركز قصوره G.
يمثل الشكل أسفله تسجيل مواضع نقطة Mمن محيط القرص أثناء مدد زمنية متتالية ومتسارية $\tau=20ms$.



1- باستعمال طريقة التأطير $\omega_i=\dfrac{\theta_{i+1}-\theta_{i-1}}{2\tau}$

أوجد قيمة السرعة الزاوية للمتحرك M في المواضع التالية: M_2 و M_4 و M_6.

2-ما طبيعة حركة القرص ؟ علل جوابك.

3- أوجد المعادلة الزمنية $\theta=f(t)$ لحركة النقطة Mفي الحالات التالية:

3-1 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_O وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرورالمتحرك من الموضع M_O.

3-2 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_O وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرورالمتحرك من الموضع M_2.

3-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_2 وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرورالمتحرك من الموضع M_O.

3-4 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_2 وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرورالمتحرك من الموضع M_4.

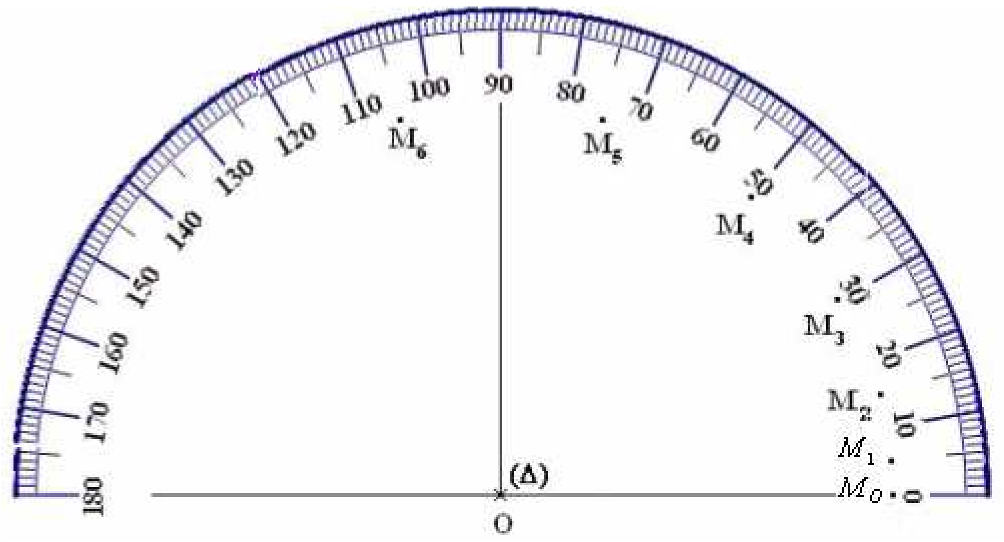
4) نأخذ النقطة M_0 أصلا للأفاصيل ولحظة تسجيلها أصلا للتواريخ.

4-1: اعط المعادلة الزمنية لحركةالمتحرك M باستعمال الأفصول المنحني.

4-2 : احسب المدة الزمنية الآزمةلكي ينجز القرص D خمس دورات كاملة.

//

II) نعتبر قرصا متجانسا (C) شعاعه R قابلا للدوران حول محور ثابت Δ.انظر الشكل.
بتسجيل حركة نقطة M من محيط القرص خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau=20ms$ نحصل على التسجيل التالي بالسلم الحقيقي.



1)باستعمال العلاقتين:

$$v_i = \frac{\widehat{M_{i+1}M_{i-1}}}{2\tau} \text{ و } \omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\tau}$$

أتمم ملء الجدول التالي:

M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	الموضع
					السرعة الخطية $v(m/s)$
					السرعة الزاوية $\omega(rad/s)$
					$\frac{v}{\omega}(m)$

2)حدد مبيانيا شعتع القرص.

3)استنتج العلاقة بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية.

Abdelkrim SBIRO

(Pour toutes observations contactez mon émail)

sbiabdou@yahoo.fr

التصحيح

(1

$$\omega_2 = \frac{\theta_3 - \theta_1}{2\tau} = \frac{60° - 20°}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{40 \times \frac{\pi}{180} rad}{0,04 s} = \frac{0,698 rad}{0,04 s} = 17,45 rad/s$$

$$\omega_2 = \frac{\theta_3 - \theta_1}{2\tau} = \frac{60° - 20°}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{40 \times \frac{\pi}{180} rad}{0,04 s} = \frac{0,698 rad}{0,04 s} = 17,45 rad/s$$

$$\omega_6 = \frac{\theta_7 - \theta_5}{2\tau} = \frac{140° - 100°}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{40 \times \frac{\pi}{180} rad}{0,04 s} = \frac{0,698 rad}{0,04 s} = 17,45 rad/s$$

السرعة الزاوية ثابتة إذن حركة القرص : حركة دورانية منتظمة تتم بسرعة زاوية ثابتة : $\omega = 17,45 rad/s$

//

3- المعادلة الزمنية $\theta = f(t)$ لحركة النقطة M هي : $\theta = \omega t + \theta_o$

بحيث : θ_o هي أفصول المتحرك عند اللحظة $t = o$.

ω هي السرعة الزاوية وهي ثابتة

إذن لدينا : $\theta = 17,45.t + \theta_o$ (1)

//

3-1 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_O وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_O.

المواضع M_i	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
التواريخ t_i	0	20 ms	40 ms	60 ms	80 ms	100 ms	120 ms	140 ms
الأفاصيل الزاوية θ_i	0°	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°

لأن المدة الزمنية التي تفصل نقطتين متتاليتين هي $\tau = 20ms$

عند اللحظة $t = o$ لدينا $\theta = 0$ $\Leftarrow$ $\theta_o = 0$

والعلاقة (1) تصبح: $\theta = 17,45.t$

//

3-2 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل الموضع M_O وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_2

المواضع M_i	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
التواريخ t_i	0	20 ms	40ms	60 ms	80 ms	100 ms	120 ms	140 ms
الأفاصيل الزاوية θ_i	-40°	-20°	0	+20°	+40°	+60°	+80°	+100°

عند اللحظة $t = o$ لدينا $\theta = -40°$ $\Leftarrow$ $\theta_o = -40°$

يجب تحويلها للراديان: $\theta_o = -40° = -40 \times \frac{\pi}{180} = -0,698 rad$

والعلاقة (1) تصبح: $\theta = 17,45.t - 0,698$

//

3-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_2 وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_O.
الموضع

المواضع M_i	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
التواريخ t_i	-40 ms	-20 ms	0	+20 ms	+40 ms	+60 ms	+80 ms	+100 ms
الأفاصيل الزاوية θ_i	0	+20°	+40°	+60°	+80°	+100°	+120	+140°

إذن عند اللحظة $t = o$ لدينا $\theta = +40°$ $\Leftarrow$ $\theta_o = +40°$

يجب تحويلها للراديان $\theta_o = +40° = +40 \times \dfrac{\pi}{180} = +0,698 rad$

والعلاقة **(1)** تصبح: $\theta = 17,45.t + 0,698$

//

4-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل الموضع M_2 وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_4

المواضع M_i	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
التواريخ t_i	**-40** ms	**-20** ms	**0**	**+20** ms	**+40** ms	**+60** ms	**+80** ms	**+100** ms
الأفاصيل الزاوية θ_i	**-80**	**-60°**	**-40°**	**-20°**	**0°**	**+20°**	**+40°**	**+60°**

إذن عند اللحظة $t = o$ لدينا $\theta = -40°$ $\Leftarrow$ $\theta_o = -40°$

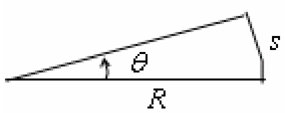
يجب تحويلها للراديان $\theta_o = -40° = -40 \times \dfrac{\pi}{180} = -0,698 rad$

والعلاقة **(1)** تصبح $\theta = 17,45.t - 0,698$

//

4) 4-1: المعادلة الزمنية لحركة المتحرك M باستعمال الإفصول المنحني

$s = vt + s_o$



في كل لحظة العلاقة بين الإفصول المنحني والافصول الزاوي هي: $s = R\theta$

المواضع M_i	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
التواريخ t_i	0	20 ms	40 ms	60 ms	80 ms	100 ms	120 ms	140 ms
الأفاصيل المنحنية s_i	0	$\overset{\frown}{M_0M_1}$	$\overset{\frown}{M_0M_2}$	$\overset{\frown}{M_0M_3}$	$\overset{\frown}{M_0M_4}$	$\overset{\frown}{M_0M_5}$	$\overset{\frown}{M_0M_6}$	$\overset{\frown}{M_0M_7}$

عندما نأخذ النقطة M_0 أصلا للأفاصيل ولحظة تسجيلها أصلا للتواريخ.

يصبح الافصول المنحني عند اللحظة $t = 0$

$s_o = 0$ **وبما أن :** $v = R\omega = 0,3 \times 17,45 = 5,235 m/s$

$s = 5,235t$

//

4-2: المدة اللآزمة لكي ينجز القرص خمس دورات:

لدينا: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ **إذن الدور:** $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{17,45} = 0,36 s$ **وهو مدة انجاز دورة واحدة.**

إذن مدة انجاز خمس دورات هي: $t = 5 \times 0,36 = 18s$

//

تصحيح التمرين الثاني

(1(II

$$v_1 = \frac{M_O M_2}{2\tau} = \frac{1{,}4\times10^{-2}\,m}{2\times20\times10^{-3}\,s} = \frac{1{,}4}{4} = 0{,}35m/s$$

$$v_2 = \frac{M_1 M_3}{2\tau} = \frac{2{,}3\times10^{-2}\,m}{2\times20\times10^{-3}\,s} = \frac{2{,}3}{4} = 0{,}575m/s$$

$$v_3 = \frac{M_2 M_4}{2\tau} = \frac{3{,}2\times10^{-2}\,m}{2\times20\times10^{-3}\,s} = \frac{3{,}2}{4} = 0{,}8m/s$$

$$v_4 = \frac{M_3 M_5}{2\tau} = \frac{4{,}1\times10^{-2}\,m}{2\times20\times10^{-3}\,s} = \frac{4{,}1}{4} = 1{,}025m/s$$

$$v_5 = \frac{M_4 M_6}{2\tau} = \frac{5\times10^{-2}\,m}{2\times20\times10^{-3}\,s} = \frac{5}{4} = 1{,}25m/s$$

$$\omega_1 = \frac{\theta_2-\theta_0}{2\tau} = \frac{15°-O°}{2\times20\times10^{-3}\,s} = \frac{\frac{15\times\pi}{180}rad}{0{,}04} = 6{,}54rad/s$$

$$\omega_2 = \frac{\theta_3-\theta_1}{2\tau} = \frac{30°-5°}{2\times20\times10^{-3}\,s} = \frac{\frac{25\times\pi}{180}rad}{0{,}04} = 10{,}9rad/s$$

$$\omega_3 = \frac{\theta_4-\theta_2}{2\tau} = \frac{50°-15°}{2\times20\times10^{-3}\,s} = \frac{\frac{35\times\pi}{180}rad}{0{,}04} = 15{,}26rad/s$$

$$\omega_4 = \frac{\theta_5-\theta_3}{2\tau} = \frac{75°-30°}{2\times20\times10^{-3}\,s} = \frac{\frac{45\times\pi}{180}rad}{0{,}04} = 19{,}625rad/s$$

$$\omega_5 = \frac{\theta_6-\theta_4}{2\tau} = \frac{105°-50°}{2\times20\times10^{-3}\,s} = \frac{\frac{55\times\pi}{180}rad}{0{,}04} = 23{,}98rad/s$$

M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	الموضع
1,25	1,025	0,8	0,575	0 ,35	السرعة الخطية $v(m/s)$
23,98	19,625	15,26	10,9	6,54	السرعة الزاوية $\omega(rad/s)$
0,052	0,052	0 ,052	0,052	0,053	$\frac{v}{\omega}(m)$

2(مبيانيا نحصل على $r = 0{,}052m = 5{,}2cm$ نلاحظ ان $\frac{v}{\omega}$ ثابتة وتساوي تقريبا .

3($v = r\omega$

Abdelkrim SBIRO
(Pour toutes observations contactez mon émail)
sbiabdou@yahoo.fr