الجزء الثالث الكهربـــــــــــــاء

الغلاف الزمني:

المقرر	الدروس	التمارين
1ــ ثنائي القطب RC	6 س	1 س
2ــ ثنائي القطب RL	5 س	2 س
3 ــ التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية	6 س	2 س
المجموع	17 س	5 س
	22 س	

التوجيهات:

– لا يطلب أي توسع حول تكنولوجيا المكثفات.

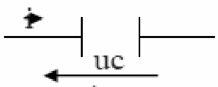
– رمز المكثف الكهركيميائي غير وارد في المقرر.

– يذكر بأن شدة التيار تمثل صبيب الشحنات الكهربائية ويتم تقديم $i = dq/dt$ بالنسبة للمكثف حيث تمثل q شحنة المكثف عند اللحظة t .

– يستخلص التعبير $q = C.u$ انطلاقا من تجربة شحن مكثف باستعمال مولد مؤمثل للتيار وفولطمتر إلكتروني .

– توجه الدارة الكهربائية بسهم على سلك الربط ويوضع الحرف i فوق السهم بحيث يعتبر التيار موجبا إذا مر في منحى السهم وسالبا إذا مر في المنحى المعاكس.

– يعتمد الاصطلاح الممثل جانبه



– لا يعتبر المولد المؤمثل والفولطمتر الإلكتروني موضوعا لأية دراسة .

ــ تعبير سعة المكثف المستوي غير واردة في المقرر.

ــ يدرس شحن وتفريغ مكثف باستعمال راسم تذبذب ذاكراتي أو وسائط معلوماتية (معاينة تغيرات التوتر بدلالــة الزمن).

ــ يتطرق للدراسة النظرية للاستجابة بالتوتر لتحديد المعادلة التفاضلية :

$$u + R.C\, du/dt = E$$

ــ تحدد ثابتة الزمن وتأثيرها كما يشار للنظام الدائم .

ــ يتوصل إلى تعبير الطاقة المخزونة في مكثف باعتماد الحصيلة الطاقية ويشار إلى أن تخزينها وتفريغها لا يــتم بشكل آني وبالتالي يكون التوتر بين مربطي المكثف متصلا.

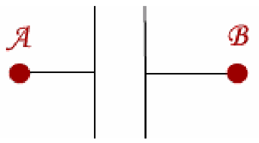
ــ تعطى معادلة الأبعاد للمقادير الفيزيائية وتستغل في الصيغ والتعابير للتحقق من التجانس .

ثنائـــــي القطب RC

I الكثفـات :

1)تعريف المكثف:

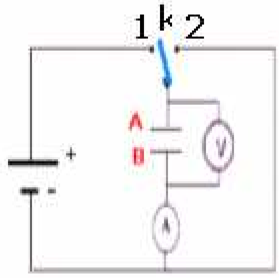
المكثف ثنائي قطب ، يتكون من لبوسين (وهما عبارة عن موصلين متقابلين) يفصل بينهما عازل استقطابي و يرمز للمكثف في دارة كهربائيةبين نقطتين B وAبالرمز التالي:



2 شحن وتفريغ مكثف (الإبراز التجريبي):

أ) شحن المكثف:

تجربة : **نستعمل مولدا للتيار الكهربائي المستمر ، وننجز التركيب التالي:**

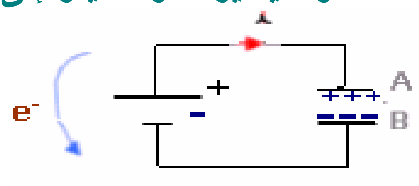


نضع قاطع التيار الكهربائي في الموضع (1) بحيث يتم ربط المكثف بالمولد للتيار الكهربائي .
نلاحظ : ان الأمبيرمتر يشير خلال وقت وجيز إلى مرور تيار كهربائي في الدارة.

تعليل: هذا التيار ناتج عن انتقال الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوسB، فنظرا لوجود العازل الكهربائي بين اللبوسين ، تتراكم إلكترونات على B و يفقد اللبوسA نفس الشحنة التي يكتسبها اللبوسB ، نقول أن المكثف أصبح مشحونا.

نسمي شحنة مكثف ، كمية الكهرباء q التي يحتوي عليها أحداللبوسين . $q=q_A=-q_B$.

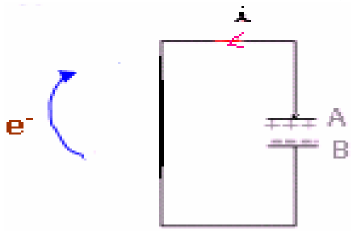
عندما يصبح المكثف مشحونا يشير الفولطميتر إلى التوتر: $U_{AB}=E$



ب) تفريغ مكثف :

تجربة:

بعد شحن المكثف نضع قاطع التيار في الموضع (2) ، نلاحظ انحراف إبرة الأمبيرميتر في المنحى المعاكس والفولطميتريشير إلى انعدام سريع للتوتر.



تعليل:

بوضع قاطع التيار في الموضع (2) يتم ربط اللبوسين فيما بينهما ، وبذلك الإلكترونات المتراكمة على اللبوس B تعود إلى اللبوس A ، وتيار التفريغ الذي يظهرفي الدارة له عكس منحى تيار الشحن .

3)العلاقة بين الشحنة وشدة التيار.

- في التيارالكهربائي المستمر (شدته ثابتة) لدينا: $I=\frac{q}{t}$
- في التيار المتغير $i=\frac{dq}{dt}$ وبالنسبة للمكثف لدينا $i=\frac{dq_A}{dt}=\frac{dq}{dt}$.

4)العلاقة بين الشحنة والتوتر:

نعوض في التركيب السابق المولد بمولد مؤمثل للتيار الكهربائي (وهذا الأخير يمنح شدة ثابتة مهما كان التوتر بين مربطيه).

ثم نضع قاطع التيار في الموضع (1) ونشغل الميقت في نفس اللحظة.

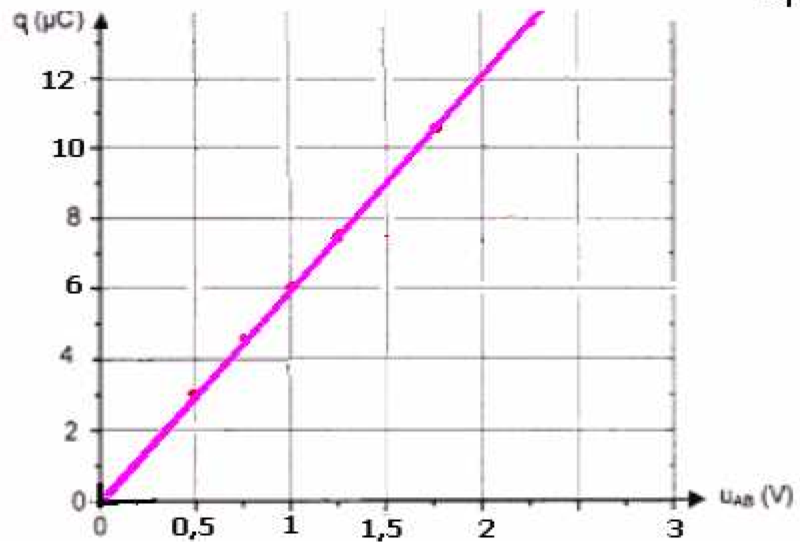
نسجل شدة التيار الكهربائي في الدارة: $I_o=0{,}3uA$ ، ونقيس التوتر بين مربطي المكثف في كل خمس ثوان .

جدول النتائج:

لدينا : $q=I_O.t$ نتمم ملء الجدول : بحيث نحدد شحنة المكثف بالنسبة لكل قياس.

t(s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
u_{AB}(V)	0	0 ,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25
q(uC)	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5

نرسم المنحنى $q=f(u_{AB})$:



تتناسب شحنة المكثف مع التوتر المطبق بين مربطيه و معامل التناسب بينهما ثابتة تميز المكثف ويرمز إليها ب C ،تسمى: سعة المكثف.

تتناسب شحنةالمكثف إطرادا مع التوتر المطبق بين مربطيه.

$$\boxed{q=C.U_{AB}}$$

وحدة سعة المكثف في النظام العالمي للوحدات هي الفارادو نرمز إليه ب: F

التحديد المبياني لسعة المكثف : سعة المكثف المستعمل في الدراسة التجريبية السابقة تمثل المعامل الموجه للمستقيم الذي يمثل تغيرات شحنة المكثف بدلالة التوتر المطبق بين مربطيه.

$$C=\frac{\Delta q}{\Delta U_{AB}}=\frac{(13,5-1,5)\times 10^{-6}\,C}{(2,25-0,25)V}=6.10^{-6}\,F=6\mu F$$

نعطي بعض أجزاء الفاراد:

millifarad الميليفاراد	$1mF=10^{-3}F$
microfarad الميكروفاراد	$1uF=10^{-6}F$
nanofarad النانو فاراد	$1nF=10^{-9}F$
Picofarad البيكو فاراد	$1pF=10^{-12}F$

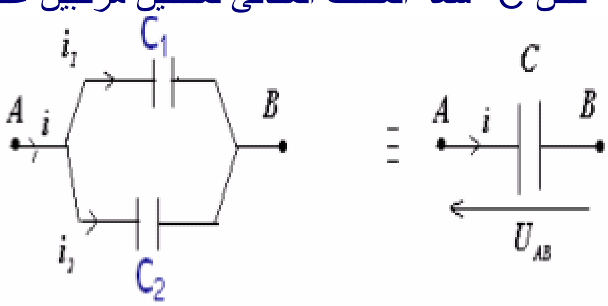
II تجميع الكثفات :

1) ا لتركيب على ا لتوازي:

لتكن C سعة المكثف المكافئ لمكثفين مركبين على التوازي سعتاهما على التوالي C_1 وC_2.

حسب قانون العقد في النقطة A لدينا:

$$q=q_A+q_B \Leftrightarrow i=i_1+i_2$$
$$q=C_1U_{AB}+C_2U_{AB}$$
$$q=C.U_{AB}$$
$$C=C_1+C_2$$

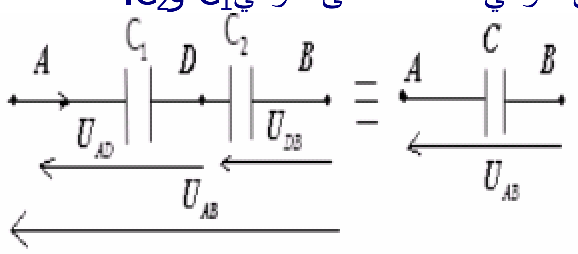


وبصفة عامة بالنسبة لعدة مكثفات مركبة على التوازي ،سعة المكثف المكافئ : $C=\Sigma C_i$

الفائدة من هذا التركيب : تضخيم السعة.

2) ا لتركيب على ا لتوا لي:

لتكن C سعة المكثف المكافئ لمكثفين مركبين على التوالي سعتاهما على التواليC_1 وC_2.



حسب قانون إضافية لتوترات لدينا :

$U_{AB}=U_{AD}+U_{BD}$

المكثفات المركبة على التوالي تحمل نفس لشحنة الكهربائية : $q=q_1=q_2$

إذن: $U_{AB}=\frac{q}{C}=\frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2}=q(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2})$

ومنه : $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$

وبصفة عامة بالنسبة لعدة مكثفات مركبة على التوالي ،سعة المكثف المكافئ : $\frac{1}{C}=\Sigma\frac{1}{C_i}$

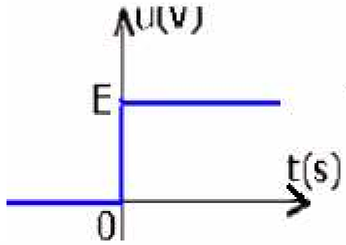
فائدة التركيب على التوالي : تخفيض السعة .

III استجابة ثنائي القطبRCلرتبة توتر:

1) استجابة ثنائي قطبRCلرتبةصاعدة للتوتر:

أ) تجربة : شحن الكثف:

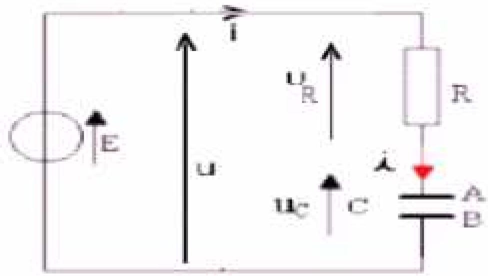
نركب على التوالي موصلا أوميا مقاومتهR ومكثفا سعتهC ونخضعه لرتبة صاعدة للتوتر.



نقول أن ثنائي قطب يخضع لرتبة صاعدة للتوتر إذا كان التوتر المطبق بين مربطيه ينتقل فجأة من قيمة منعدمة إلى قيمة ثابتة .

بالنسبة ل: $t\leq 0$ $\Leftarrow$ $u_c=0$

وبالنسبة ل: $t>0$ $\Leftarrow$ $u_c=E$



نغلق الدارة في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ.

بتطبيق قانون إضافية لتوترات :

من جهة لدينا : $u=E$

ومن جهة أخرى لدينا : $u=u_R+u_C$

إذن: $u_R+u_C=E$

مع: $u_R=R.i$ (قانون أوم بالنسبة لموصل أومي)

بما أن شحنة المكثف تتناسب إطرادا مع التوتر المطبق بين مربطيه: $q=C.u_c$

و $i=\frac{dq}{dt}$ فهي تساوي: $i=\frac{d(C.u_c)}{dt}=C\frac{du_c}{dt}$

العلاقة السابقة تصبح كما يلي: $R.C\frac{du_c}{dt}+u_c=E$ المعادلة التفاضلية للتوتربين مربطي المكثف خلال الشحن.

ونسمي المقدار $\tau=R.C$ ثابتة الزمن ، وبذلك المعادلة السابقة تصبح: $\tau.\frac{du_c}{dt}+u_c=E$ المعادلة التفاضلية

ب) حل المعادلة التفاضلية:

إن حل المعادلة التفاضلية: $\tau.\frac{du_c}{dt}+u_c=E$ يكتب كما يلي : $u_c(t)=Ae^{-m.t}+B$ (1)

الثوابث A ، m و B يتم تحديدها بالتعويض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.

إذن: $\frac{du_c}{dt} = -mAe^{-mt}$ ثم نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح: $-\tau.mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = E$

أي: $Ae^{-mt}(1-\tau.m) = E - B$ **(2)** لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل : $e^{-m.t}$ منعدما أي $1-\tau.m = 0$

إذن: $m = \frac{1}{\tau}$ وبذلك **(2)** تصبح $B = E$.

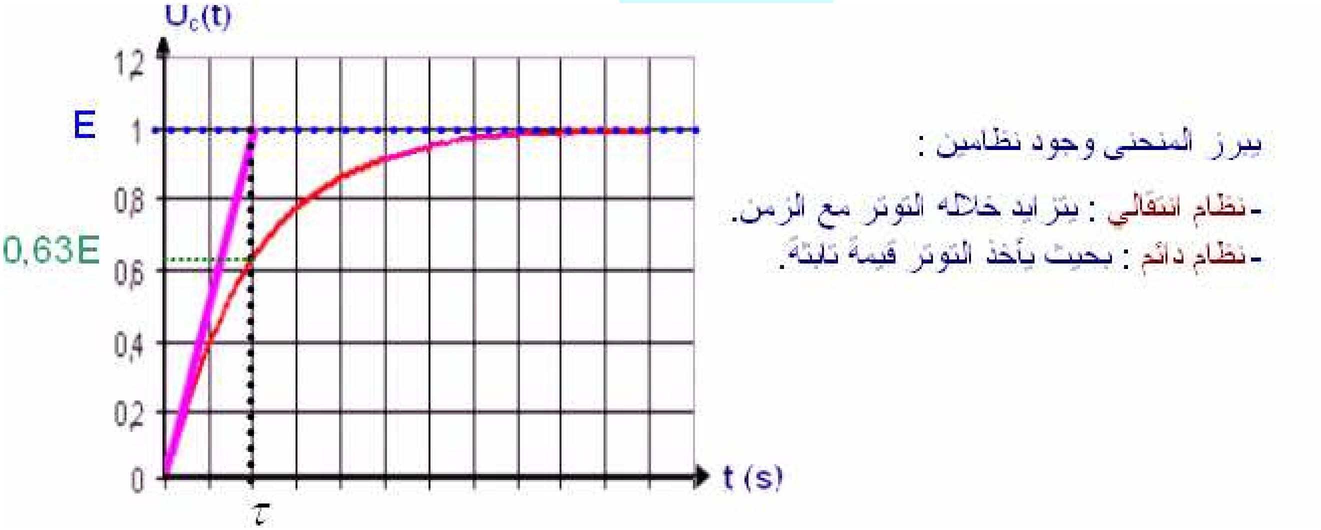
و الحل **(1)** **أصبح كما يلي:** $u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E$ **(3)**

لتحديد الثابتة A **نعتبر الشروط البدئية** و هي : **عند اللحظة** $t = o$ لدينا $u_c = 0$ **وبالتعويض في (3) نحصل على:** $A = -E$

وبذلك الحل النهائي يكتب كما يلي: $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ مع $\tau = R.C$

يمكن معاينة التوتر بين مربطي المكثف باستعمال راسم التذبذب ذاكراتي أو وسائط معلوماتية .

فنحصل على المنحنى الذي يمثل الدالة $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$



<u>ملحوظة:</u>المقدار τ له بعد زمني ، ولذلك يسمى ثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، ويتضح ذلك من من خلال معادلةالأبعاد التالية :

لدينا : $\tau = R.C$

نعلم أن: $\begin{cases} q = I.t \\ q = c.U \end{cases} \Rightarrow I.t = C.U \Rightarrow C = \frac{I.t}{U} \Rightarrow [C] = [I].[t].[U]^{-1}$

ومن جهة اخرى: $U = R.I \Rightarrow R = \frac{U}{I} \Rightarrow [R] = [U].[I]^{-1}$

ومنه: $[\tau] = [R].[C] = [U].[I]^{-1}.[I].[t].[U]^{-1} = [t]$ إذن وحدة τ هي s .

<u>ج) طريقة تحديد ثابتة الزمن</u> τ .

<u>الطريقة الأولى</u>: نعطي للمتغيرة t في العلاقة $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ القيمة $t = \tau$.

فنحصل على قيمة التوتر بين مربطي المكثف الموافق ل: $t = \tau$ فهو : $u_c = E(1-e^{-1}) \approx 0,63E$.

<u>الطريقة الثانية</u>: برسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$ فهو يتقاطع مع المقارب $u_c = E$ في اللحظة $t = \tau$ (انظر الشكل) .

ب) <u>تعبير شدة التيار الشحن في الدارة</u> RC :

لدينامن خلال دارة الشحن السابقة : $u_R + u_c = E$ إذن: $u_R = E - u_c$ مع $u_R = R.i$

أي: $R.i = E - E(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه : $i = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

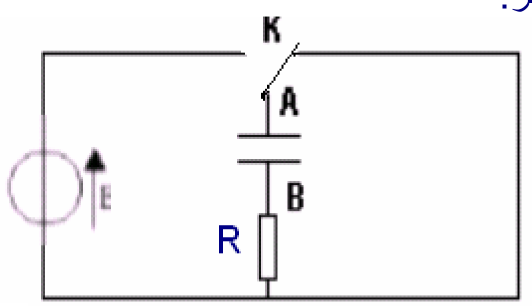
<u>أو بطريقة اخرى</u>:

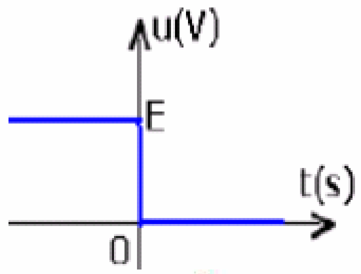
$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(C.u_c)}{dt}=C\frac{du_c}{dt}=C\frac{d\left[E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\right]}{dt}=C.\left[\frac{E}{\tau}\right]e^{-\frac{t}{\tau}}=C\frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

1) استجابة ثنائي قطب RC لرتبة نازلة للتوتر:

أ) تجربة : تفريغ الكثف:

عندما يصبح المكثف مشحونا نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فينتقل التوتر بين مربطي المكثف فجأة من E إلى 0 ،نقول أنه خضع إلى رتبة نازلة للتوتر.

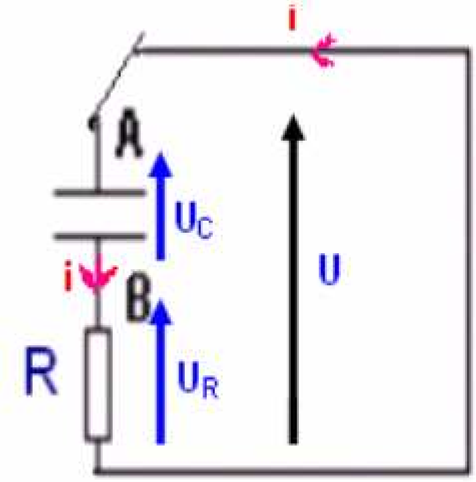




تتميز رتبة نازلة للتوتر بما يلي :

بالنسبة لـ: $t\le 0$ $\Leftarrow$ $u=E$

وبالنسبة لـ: $t>0$ $\Leftarrow$ $u=0$



بتطبيق قانون إضافية لتوترات :

لدينا من جهة $u=0$

ومن جهة أخرى: $u=u_R+u_C$

إذن : $u_R+u_C=0$

أي : $Ri+u_C=0$

ولدينا : $i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(Cu_c)}{dt}=C\frac{du_c}{dt}$

إذن العلاقة السابقة تصبح:

$RC\frac{du_c}{dt}+u_c=o$

بما أن : $\tau=R.C$ العلاقة تصبح : $\tau\frac{du_c}{dt}+u_c=0$ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتربين مربطي المكثف خلال التفريغ.

ب) حل المعادلة التفاضلية:

حل المعادلة التفاضلية: $\tau.\frac{du_c}{dt}+u_c=0$ يكتب كما يلي : $u_c(t)=Ae^{-m.t}+B$ (1)

التوابث A ، m و B يتم تحديدها بالتعوض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.

إذن: $\frac{du_c}{dt}=-mAe^{-mt}$ ثم نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح: $-\tau.mAe^{-mt}+Ae^{-mt}+B=0$

أي: $Ae^{-mt}(1-\tau.m)+B=0$ (2) لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل : $e^{-m.t}$ منعدما أي $1-\tau.m=0$

إذن: $m=\frac{1}{\tau}$ وبذلك (2) تصبح $B=0$.

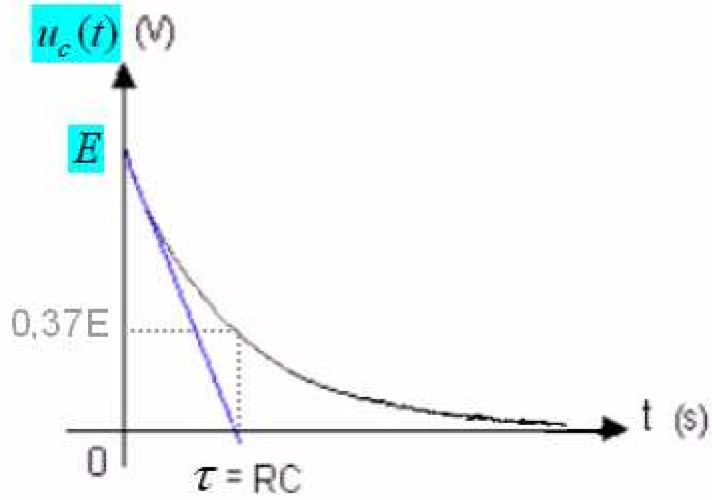
و الحل (1) أصبح كما يلي: $u_c(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ (3)

لتحديد الثابتة A نعتبر الشروط البدئية وهي : عند اللحظة $t=o$ لدينا $u_c=E$ وبالتعويض في (3) نحصل على: $E=Ae^0$

أي: $A = E$ وبذلك الحل النهائي يكتب كما يلي: $u_c(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ مع: $\tau = R.C$.

هذا المنحنى يمثل الدالة :

$$u_c(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$



لتحديد قيمة τ نستعمل طريقة المماس عند $t = o$ أو قيمة التوتر عند اللحظة $t = \tau$ الذي يأخذ القيمة $\tau = 0,37E$.

كلما كانت τ صغيرة كلما كانت مدة التفريغ أسرع .

ب) تعبير شدة التيار التفريغ في الدارة RC :

لدينامن خلال دارة التفريغ السابقة : $u_R + u_c = 0$ إذن: $u_R = -u_c$ مع $u_R = R.i$

أي: $Ri = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه : $i = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

أو بطريقة اخرى:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_c)}{dt} = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d\left[Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right]}{dt} = C.\left[-\frac{E}{\tau}\right]e^{-\frac{t}{\tau}} = -C\frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

IV الطاقة المخزونة في المكثف:

الطاقة المخزونة في مكثف سعته C و التوتر بين مربطيه u_C تعطيها العلاقة التالية:

$$\xi = \frac{1}{2}C.u_C^{\ 2}$$

الطاقة ξ بالجول: J.

السعة C بالفاراد F.

التوتر u_C بالفولط V.

من خلال تعريف سعة المكثف هناك علاقتين تمكنان كذلك من تحديد الطاقة المخزونة في المكثف:

$$q = C.u_C \Rightarrow C = \frac{q}{u_C} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}C.u_C^{\ 2} = \frac{1}{2}.\frac{q}{u_C}.u_C^{\ 2} = \frac{1}{2}q.u_C$$

$$q = C.u_C \Rightarrow u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}C.u_C^{\ 2} = \frac{1}{2}.C(\frac{q}{C})^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}$$

SBIRO ABDELKRIM ◁ LycéeAgricole + LycéeAbdellah.Chefchaouni.Oulad – Taima ▷ Maroc

Pour toute observation contacter mon émail

Sbiabdou@yahoo.fr