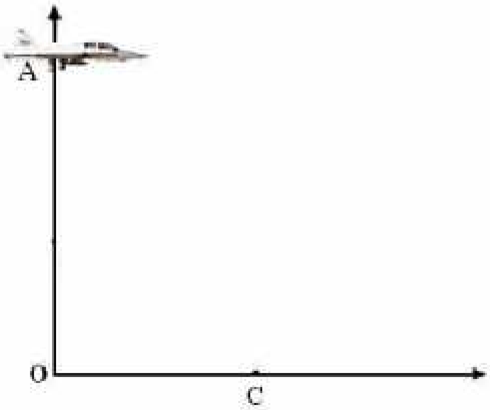
تمارين إضا فية في الميكانيك

التمرين الاول

1 ـ خلال مناورة حربية تتحرك طائرة حربية على خط مستقيم في مستوى راسي Oxy على ارتفاع $H = 7840m$ من سطح الأرض بسرعة ثابتة $V_0 = 450km/h$.

عند اللحظة $t_A = 0$ ، ومن نقطة A التي توجد على نفس الخط الرأسي المار من O ، تسقط قديفة B كتلتها $m_B = 10kg$ لتفجير هدف C يوجد على سطح الأرض ويبعد من النقطة O بالمسافة OC (أنظر الشكل)



1 ـ 1 ما هي طبيعة حركة الطائرة ؟ وعبر عن قيمة السرعة V_0 ب m/s .

1 ـ 2 ما هي المدة الزمنية التي ستستغرقها القذيفة من أجل إصابة الهدف C ؟

1ـ 3 ما هي المسافة التي قطعتها الطائرة انطلاقا من النقطة A ؟ استنتج قيمة المسافة OC .

2 ـ نفترض أن الطائرة تتحرك على ارتفاع $H_2 = 1960m$ من سطح الأرض . ما هي السرعة التي يجب أن تتحرك بها عند سقوط القديفة لكي تصيب هدفا يوجد على محيط دائرة شعاعها $R = 200m$ من النقطة O ؟ هل هذه السرعة محتملة ؟

3 ـ نفترض أن سرعة الطائرة في هذه الحالة $V'_0 = 360km/h$. على أي ارتفاع H_3 من سطح الأرض بإمكان الطائرة إسقاط القذيفة وهي في طيران انقضاضي (vol piqué) حيث تكون مع الخط الرأسي زاوية 9° لكي تصيب القذيفة هدفا يوجد على محيط دائرة شعاعها أصغر من $156m$؟

خلال هذه الدراسة نهمل تأثير الهواء ونأخذ $g = 9,8m/s$. (بكالوريا فرنسية)

//

تصحيح:

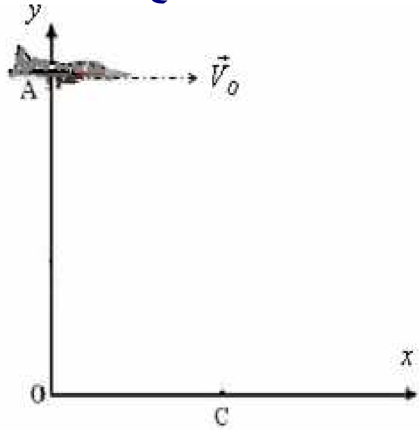
1) 1-1)بما أن الطائرة تتحرك بسرعة ثابتة وفق خط مستقيم فإن حركتها مسقيمية منتظمة.

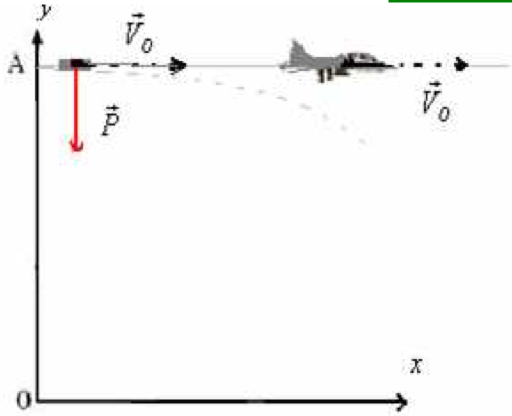
$$V_O = 450Km/h = \frac{450\times10^3 m}{3600s} = 125m/s$$

ملحوظة: القذيفة التي تحررها طائرة تكون لها سرعة ، متجهتها لها نفس مميزات سرعة الطائرة في لحظة القذف.

2-1)**المجموعة المدروسة:** {القذيفة}

جرد القوى وتمثيلها على الشكل: بما أن تأثير الهواء مهمل فإن القذيفة خلال حركتها تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط.





ملحوظة: $\vec{V}_O$ ليست بقوة ، لذلك مثلتناها بخطوط متقطعة حتى لا يعتبرها القارئ قوة.

السرعة البدئية لها مركبتين في المعلم (o,x,y)

$$\vec{V}_o \begin{vmatrix} V_{Ox} = +V_O \\ V_{Oy} = 0 \end{vmatrix}$$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$ أي: $\vec{P} = m.\vec{a}_G$ **(1)**

إسقاط العلاقة (1) على المحور ox **:** $0 = m.a_x$ $\Leftarrow$ $a_x = 0$ أي $\frac{dv_x}{dt} = 0$ وبالتالي $v_x = c^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية يتضح أن الثابتة تساوي : V_O ومنه : $v_x = V_O$.

السرعة ثابتة ، إذن الحركة حسب المحور ox مستقيمية منتظمة معادلتها الزمنية : $x = V_O.t + x_o$ موضع القذيفة عند لحظة $t = o$

هو $x_o = 0$ وبالتالي: $x = V_O.t$

إسقاط العلاقة (1) على المحور oy **:** $-P = m.a_y$ $\Leftarrow$ $a_y = -g$ التسارع ثابت : إذن الحركة حسب المحور oy

متغيرة بانتظام $v_y = -g.t + v_{oy}$ مع $vo_y = 0$ وبالتالي: $v_y = -g.t$ مع: $v_y = \frac{dy}{dt} = -g.t$

المعادلة الزمنية للحركة حسب oy $y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + c'$ عند اللحظة $t = o$ الطائرة توجد في الإرتفاع H بالتعويض.

في المعادلة السابقة: $H = 0 + c'$ أي: $c' = H$ وبالتالي: $y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + H$

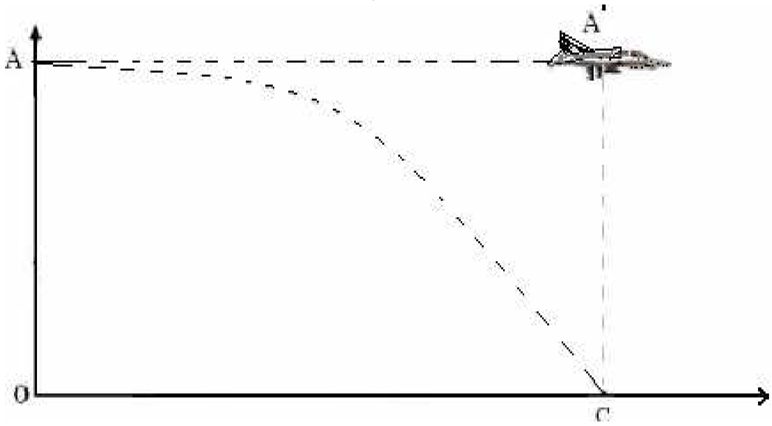
تطبيق عددي: المعادلتين الزمنيتين للحركة في العلم ox .

$$\begin{cases} x = 125.t \\ y = -4{,}9.t^2 + 7840 \end{cases}$$

عند إصابة الهدف C : $y_C = 0$ أي: $0 = -4{,}9.t_C{}^2 + 7840$ ومنه نحصل على المدة الزمنية التي تستغرقها القذيفة لإصابة الهدف C

$$t_C = \sqrt{\frac{2.H}{g}} = \sqrt{\frac{2.\times 7840}{9{,}8}} = \sqrt{16.10^2} = 40s$$

3-1) للحصول على المسافة التي قطعتها الطائرة في لحظة إصابة الهدف ، يكفي أن نعوض t في معادلة x بمدة سقوط القذيفة، لأن حركة الطائرة مستقيمية منتظمة بسرعة ثابتة معادلة حركتها . $x = 125.t$.



$$AA' = 125.t_C = 125.40 = 5000m = 5Km$$

ومنه نستنتج أن المسافة OC هي : $OC = AA' = 5Km$ أي انه في لحظة إصابة الهدف تكون الطائرة فوقه مباشرة.

---

2) إذا كانت الطائرة تتحرك على ارتفاع $H_2 = 1960Km$ ، من أجل إصابة هدف يوجد على دائرة شعاعها $R = 200m$ من النقطة O.

يجب أن تتحقق العلاقة : $y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + H_2$ وعند إصابة الهدف: $y = 0$ أي: $0 = -\frac{1}{2}.g.t_c{}'^2 + H_2$

$$t'_C = \sqrt{\frac{2.H_2}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 1960}{9{,}8}} = 20s$$

و لإصابة الهدف يجب أن تكون $x \le R$ مع : $x = V_o'.t'_C$ أي: $V'_0.t'_C \le R$ $\Leftarrow$ $V'_C \le \frac{R}{t'_C}$ $\Leftarrow$ $V'_C \le 10m/s$

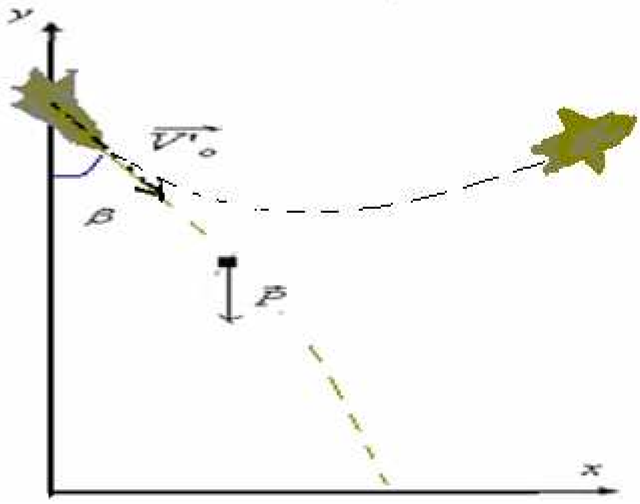
وهذه السرعة غير محتملة ، لان الطائرة الحربية عادة تكون سرعتها فائقة.

---

3)سرعة الطائرة: $V_O = 360Km/h = \frac{360.10^3 m}{3600s} = 100m/s$

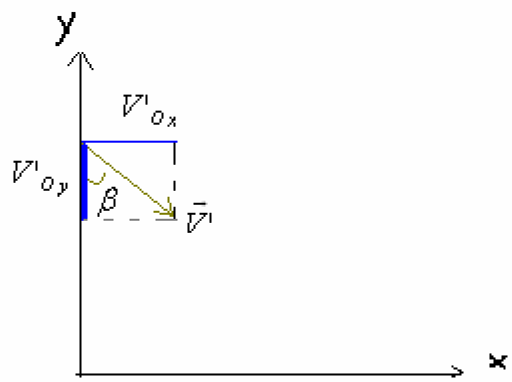
المجموعة المدروسة: {القذيفة}

جرد القوى وتمثيلها على الشكل: بما أن تأثير الهواء مهمل فإن القذيفة خلال حركتها تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط.



السرعة البدئية لها مركبتين في المعلم (o, x, y)

$$\vec{V'}_o \begin{vmatrix} V'_{Ox} = +V'_O.\sin\beta \\ V'_{Oy} = -V'_o.\cos\beta \end{vmatrix}$$



تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$ أي: $\vec{P} = m.\vec{a}_G$ (2)

إسقاط العلاقة (2)على المحور ox: $0 = m.a_x$ $\Leftarrow$ $a_x = 0$ أي $\frac{dv_x}{dt} = 0$ وبالتالي $v_x = c^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية يتضح أن الثابتة تساوي : $V_O'.\sin\beta$ ومنه : $v_x = V_O'.\sin\beta$.

السرعة ثابتة ، إذن الحركة حسب المحور ox مستقيمية منتظمة معادلتها الزمنية : $x = V'_O(\sin\beta).t + x_o$ عند لحظة $t = o$

موضع الطائرة في لحظة تحرير القذيفة يوافق $x = 0$.

نستنتج أن : $x_o = 0$ وبالتالي: $x = V'_O(\sin\beta)\times.t$

إسقاط العلاقة (2)على المحور oy: $-P = m.a_y$ $\Leftarrow$ $a_y = -g$ التسارع ثابت : إذن الحركة حسب المحور

متغيرة بانتظام $v_y = -g.t + v_{oy}$ مع $vo_y = -V'o.\cos\beta$ ومنه : $v_y = -g.t - V'o.\cos\beta$ مع: $v_y = \frac{dy}{dt} = -g.t - V'o\cos\beta$

المعادلة الزمنية حسب oy: $y=-\frac{1}{2}.g.t^2-V'o.(\cos\beta).t+c'$ وبما أنه عند اللحظة $t=o$ الطائرة توجد في الارتفاع H_3.

بالتعويض في المعادلة السابقة: $H_3=0+0+c'$ أي: $c'=H$ وبالتالي: $y=-\frac{1}{2}.g.t^2-V'o.(\cos\beta).t+H_3$

معادلة المسار: من خلال المعادلتين :

$\begin{cases} x=V'o.(\sin\beta).t \\ y=-\frac{1}{2}g.t^2-V'o.(\cos\beta).t+H_3 \end{cases}$ نحصل على معادلة المسار التالية: $y=-\frac{1}{2}.g\frac{.x^2}{Vo'^2.\sin^2\beta}-\cos\beta\frac{x}{\sin\beta}+H_3$

عند إصابة الهدف C : $y_C=0$ و $x_C=R=156m$

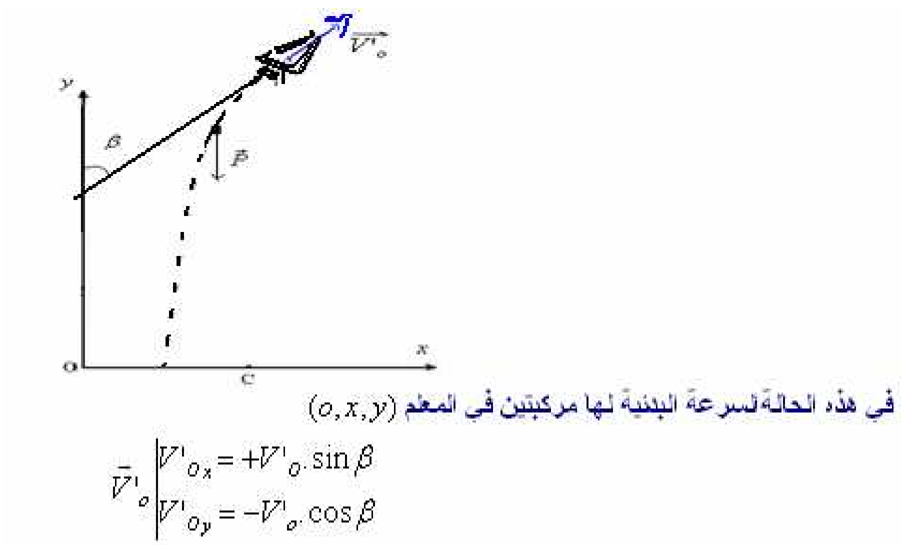
بالتعويض في معادلة المسار : $0=-\frac{1}{2}.g\frac{.R^2}{Vo'^2\sin^2\beta}-\frac{R.}{tg\beta}+H_3$

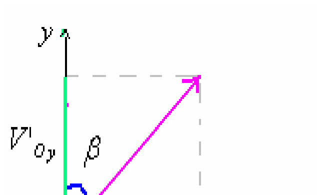
اومنه .

$$H_3.=\frac{1}{2}.g\frac{.R^2}{Vo'^2\sin^2\beta}+\frac{R.}{tg\beta}=\frac{1}{2}.9,8.\frac{156^2}{100^2.(\sin 9)^2}+\frac{156}{tg9}=5957m$$

ملحوظة:

يمكن اعتبار هذه الحالة:





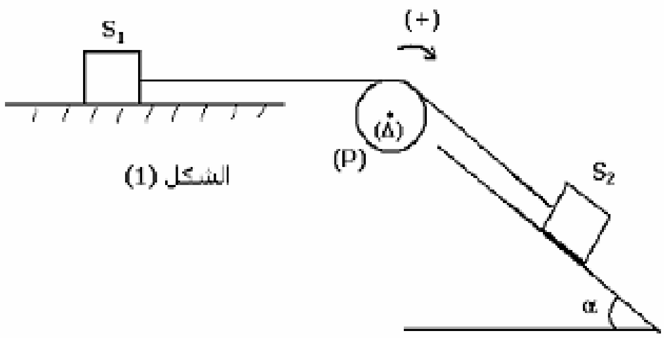
التمرين الثاني

نعطي $g = 9,81 m/s^2$

كل الأجسام الصلبة سواء كانت في حركة أو في سكون ، توجد دائما تحت تأثير الاحتكاكات (مقاومة الهواء ، مقاومة الماء ، التماس بين الجسمين ، الخ ....) . فزيائيا نقرن هذه التأثيرات بقوى الاحتكاك ، فهي دائما تقاوم حركة الجسم . عند تطبيق القانون الثاني لنيوتن أو العلاقة الأساسية للتحريك يمكن إهمال الاحتكاكات أو أخذها بعين الاعتبار.

تصنف قوى الاحتكاك إلى نوعين : الاحتكاكات الصلبة والاحتكاكات المائعة.

الاحتكاكات الصلبة لا تتعلق شدة قوى الاحتكاك بالسرعة ، بينما في حالة الاحتكاكات المائعة تكون شدتها متناسبة اطرادا مع السرعة $\vec{v}$.لإبراز هذان الصنفان من الاحتكاكات تقوم بتجربتين.



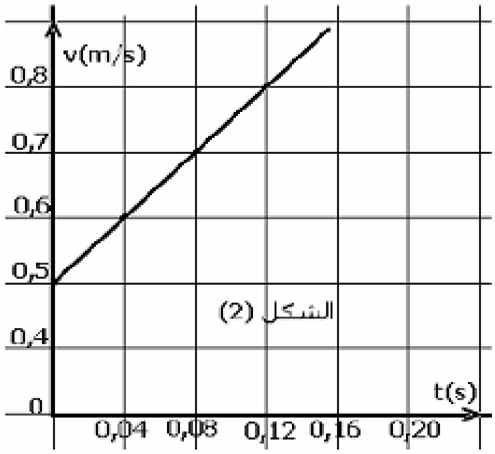
الشكل (1)

I ـ حركة مجموعة ميكانيكية على مستوى مائل

تعتبر المجموعة الميكانيكية الممثلة في الشكل (1) والتي تتكون من :

ـ بكرة (P) متجانسة شعاعها r وكتلتها $m = 0,6kg$ قابلة للدوران حول محورها (Δ) . نعطي عزم قصور البكرة بالنسبة للمحور (Δ) : $J_\Delta = \frac{1}{2} m r^2$.

جسم صلب (S_1) كتلته $m_1 = 0,5kg$ يمكنه أن ينزلق باحتكاك فوق مستوى أفقي (π) .



الشكل (2)

ـ جسم صلب (S_2) كتلته $m_2 = 2kg$ يمكنه أن ينزلق بدون احتكاك على مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي .

الجسمان (S_1) و (S_2) مرتبطان بخيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة ، يمر دون انزلاق على مجرى البكرة (P) .

1 ـ دراسة الجسم (S_1)

يعطي المنحنى الممثل في الشكل (2) تغيرات السرعة v للجسم (S_1) بدلالة الزمن t .

1 ـ1 اعتمادا على منحنى الشكل (2) ، حدد طبيعة حركة الجسم (S_1) واستنتج قيمة التسارع a_1 لحركته .

1 ـ 2 أكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ لحركة (S_1) .

علما أن الجسمS_1انطلق عند أصل التواريخ من أصل معلم الأفاصيل $x = 0$.

2 ـ دراسة المجموعة {P ، (S_1) ، (S_2) }

2 ـ 1 بين أن للجسمين S_1 و S_2 نفس التسارع $a = a_1 = a_2$ واستنتج العلاقة بين التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ لحركة البكرة حول المحور (Δ) والتسارع a .

2 ـ 2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S_2) أوجد تعبير T_2 شدة القوة المقرونة بتأثير الخيط على (S_2) . واحسب قيمتها .

2 ـ 3 بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة (P) ، أوجد تعبير T_1 شدة القوة المقرونة بتأثير الخيط على (S_1) واحسب قيمتها .

2 ـ 4 استنتج شدة القوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير المستوى (π) على الجسم (S_1) .

التصحيح:

1) 1-1) المنحنى الذي يمثل تغيرات حركة الجسمS_1 بدلالة الزمن ، عبارة عن دا لة تآلفية معادلتها: $v = a_1.t + vo$

إذن سرعته غير ثابتة وبالتالي فإن حركته مستقيمية متغيرة بانتظام.

لنحدد تعبير معادلة سرعةS_1 : $v = a_1.t + vo$

المعامل الموجه $=2,5m.s^{-2}$ $a_1=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{(0,8-0,5)m.s^{-1}}{(0,12-0)s}$ مع : a_1 هو تسارع الجسم S_1 .

$vo=0,5m.s^{-1}$ إذن: $v=2,5.t+0,5$.

2.1-) $v=\dfrac{dx}{dt}$ إذن : $\dfrac{dx}{dt}=2,5.t+0,5$ ومنه فإن الدالة التي مشتقتها تساوي : $2,5.t+0,5$ هي: $x=2,5.\dfrac{t^2}{2}+0,5t+C^{te}$

بما أن :عند اللحظة $t=o$ ، $x=0 \Leftarrow C^{te}=0$ وبالتالي: $x=1,25t^2+0,5t$.

---

2)بما أن الخيط غير قابل للمد ولا ينزلق على البكرة فإنه عندما ينتقل الجسم S_1بمسافة x ينتقل الجسم S_2بالمسافة y ويدور الخيط الملفوف على البكرة بالأفصول المنحني s مع : $x=y=s$ **والأفصول المنحني** $s=r.\theta$

إذن : $x=y=r.\theta$ **بالاشتقاق مرتين** $\Leftarrow$ $\dfrac{d^2x}{dt^2}=\dfrac{d^2y}{dt^2}=r.\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ **أي:** $a_1=a_2=r.\ddot{\theta}$

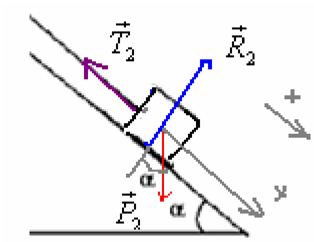
تسارع المجموعة : $a=a_1=a_2$ **إذن:** $a=r.\ddot{\theta}$

2-) حركة الجسم S_2 تتم بدون احتكاك وبالتالي فهو يخضع للقوى التالية:

$\vec{P}_2$ **: وزنه .**

$\vec{R}_2$ **: القوة المطبقة من طرف سطح التماس.وهي عمودية على السطح لأن التماس يتم بدون احتكاك.**

$\vec{T}_2$ **: القوة المطبقة من طرف الخيط.**



العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن تكتب كما يلي: $\vec{P}_2+\vec{T}_2+\vec{R}_2=m_2.\vec{a}$ **لأن :** $a=a_1=a_2$

بالإسقاط على المحور ox **الموجه في منحى الحركة:**

$$+P_2.\sin\alpha-T_2+O=m_2.a$$

ومنه : $T_2=m_2(g.\sin\alpha-a)=2(9,81.\sin 30-2,5)=4,81N$

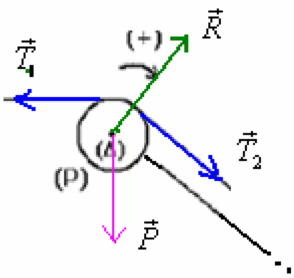
3-2) بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة التي تخضع للقوى التالية:

$\vec{P}$ **: وزنها.**

$\vec{R}$ **: تأثير محور الدوران .**

$\vec{T}_1$ **: تأثير الخيط المرتبط ب:** S_1 .

$\vec{T}_2$ **: تأثير الخيط المرتبط ب:** S_2.



لدينا: $M_{\Delta}\vec{P}+M_{\Delta}\vec{R}+M_{\Delta}\vec{T}_1+M_{\Delta}\vec{T}_2=J_{\Delta}.\ddot{\theta}$

أي: $0+0+T_2.r-T_1.r=J_{\Delta}.\ddot{\theta}$ $\Leftarrow$ $T_2-T_1=\dfrac{J_{\Delta}.\ddot{\theta}}{r}$

وبما أن $\ddot{\theta}=\dfrac{a}{r}$: **فإن:**

$$T_1 = T_2 - \frac{J_\Delta.a}{r^2} = T_2 - \frac{\frac{1}{2}m.r^2.a}{r^2} = T_2 - \frac{1}{2}.m.a = 4,81 - 0,5\times 0,6\times 2,5 = 4,06N \approx 4N$$

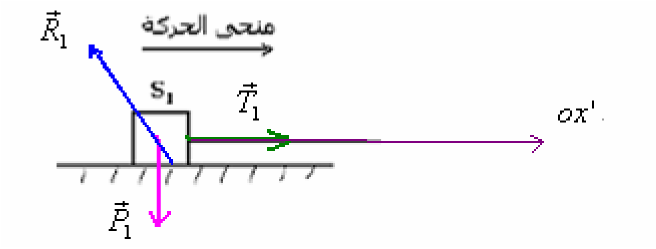
4-2) دراسة المجموعة{S₁}

هذه المجموعة تخضع للقوى التالية:

$\vec{P}_1$ **: وزنها.**

$\vec{R}_1$ **: القوة المطبقة من طرف سطح التماس.وهي مائلة في عكس منحى الحركة لأن التماس يتم باحتكاك.**

$\vec{T}_1$ **: القوة المطبقة من طرف الخيط.**



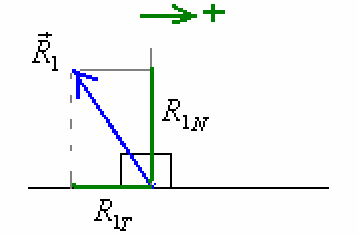
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسمS_1.

(2) $\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 = m_1.\vec{a}$ **لأن :** $a = a_1 = a_2$

بالإسقاط على المحور ox' الموجه في نفس منحى الحركة:

القوة $\vec{R}_1$ لها مركبتين : مركبة مماسية R_{1_t} (موجهة في عكس منحى الحركة والتي نسميها عادة قوة الإحتكاك فنرمز إليها ب: f)

ومركبة منظمية : R_{1_n} **(عمودية على سطح التماس.) انظر الشكل:**



إذن إسقاط العلاقة (2) على الحور ox' يكتب :

$$\Leftarrow 0 - R_{1_t} + T_1 = m_1.a \qquad \textbf{(3)}$$

$$R_{1_t} = T_1 - m_1.a = 4,06 - 0,5\times 2,5 = 2,81N \approx 2,8N$$

وإسقاطها على المحور oy' المنطبق مع ألمنظمي والموجه نحو الأعلى يكتب كما يلي:

$$-P_1 + R_{1_n} + 0 = 0 \qquad \text{(لأنه لا حركة للجسم حسب هذا المحور)} \Leftarrow$$

$$R_1n = m_1.g = 0,5\times 9,81 \approx 4,9N$$

ولدينا من خلال الشكل السابق (بتطبيق مبرهنة بيثاغورس):

$$R_1^{\ 2} = R_{1_n}^{\ \ 2} + R_{1_t}^{\ \ 2} \quad \Leftarrow \quad R = \sqrt{R_{1_n}^{\ \ 2} + R_{1_t}^{\ \ 2}} = \sqrt{4,9^2 + 2,8^2} \approx 5,7N$$

SBIRO ABDELKRIM E-MAIL sbiabdou@yahoo.fr msn : sbiabdou@hotmail.fr

Adresse éléctronique : sbiabdou@yahoo.fr

Msen messager : sbiabdou@hotmail.fr

يتبع (ترقبوا التتمة على نفس الصفحة إن شاء الله)