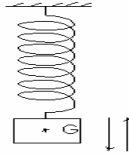


## سلسلة تمارين حول التذبذبات الميكانيكية

### (1) تمرين رقم 1: النواس المرن الرأسي :

نعتبر نواسا مرنا رأسيًا مكونًا من نابض صلابته  $K = 20N/m$  وجسم صلب كتلته  $m = 200g$  . نزيح الجسم  $S$  رأسيًا عن موضع توازنه ب  $3cm$  ثم نحرره بدن سرعة بدئية.



نعتبر معلمًا  $(o, \vec{i})$  رأسيًا موجهًا نحو الأسفل أصله  $(0)$  منطبق مع مركز قصور الجسم  $S$  عند التوازن  $G_o$  . عند اللحظة  $t = 0$  يمر الجسم من موضع توازنه المستقر  $G_o$  في المنحى الموجب.

- (1) أوجد إطالة النابض  $\Delta \ell_o$  عند التوازن .
- (2) أوجد المعادلة التفاضلية للحركة .
- (3) أوجد المعادلة الزمنية للحركة .
- (4) احسب الدور الخاص والنبض الخاص لحركة المتذبذب. ( نعطي :  $g = 10N/Kg$  ) .

### الإجابة:

#### (1) المجموعة المدروسة { الجسم $S$ }

• جهد القوى : الجسم عند التوازن يخضع للقوى التالية: • وزن الجسم .

$\vec{T}_o$  : القوة المقرونة بتوتر الخيط عند التوازن شدتها  $T_o = K\Delta \ell_o$

من خلال شرط الوازن لدينا  $T_o = P = m.g$  أي:  $mg - K\Delta \ell_o = 0$  هذه العلاقة تعبر عن شرط التوازن.

$$\Delta \ell_o = \frac{m.g}{K} = \frac{0,2Kg \cdot 10N/Kg}{20N/m} = 0,1m = 10cm$$

#### (2) تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

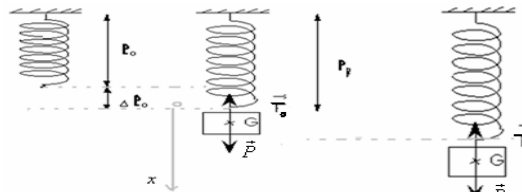
• خلال حركته يخضع الجسم  $S$  للقوى التالية: • وزن الجسم .

•  $\vec{T}$  : القوة المقرونة بتوتر الخيط خلال التذبذب.  $\vec{T} = -K(\Delta \ell_o + x)\vec{i}$

$$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}_G \quad \text{العلاقة} \quad \Sigma \vec{F} = m.\vec{a}_G \quad \text{تكتب كما يلي}$$

$$(2) \vec{P} - K(\Delta \ell_o + x)\vec{i} = m.\vec{a}_G$$

نعتبر معلمًا  $(o, \vec{i})$  موجهًا نحو الأسفل أصله  $o$  . منطبق مع الطرف السفلي للنابض عند التوازن (انظر الشكل)



بإسقاط العلاقة (2) على المحور  $(o, x)$  نحصل على :

$$+P - K(\Delta \ell_o + x) = m.a_x$$

$$mg - K\Delta \ell_o - Kx = m.\ddot{x}$$

وبما أنه من خلال شرط التوازن  $mg - K\Delta \ell_o = 0$  فإن العلاقة السابقة تصبح:

$$-Kx = m.\ddot{x} \quad \text{أي:} \quad \ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية لحركة النواس المرن الراسي.}$$

(3) حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب كما يلي :  $x(t) = x_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

من خلال المعطيات لدينا :  $x_m = 3cm$

ومن خلال الشروط البدئية لدينا عند  $t = 0$  ،  $x = o$  ، إذن :  $o = x_m \cos \varphi \Leftrightarrow \cos \varphi = 0 \Leftrightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  وبما أنه عند

اللحظة  $t = 0$  يمر الجسم من موضع توازنه في المنحى الموجب  $v > 0$  عند اللحظة  $t = 0$  .

وبما أن :  $x(t) = x_m \cos(\omega_o t + \varphi)$  فإن :  $v = \dot{x} = -x_m \omega_o \sin(\omega_o t + \varphi)$

وعند  $t = 0$  ،  $v = -x_m \omega_o \sin \varphi > 0$  ،  $\varphi < 0 \leftarrow \sin \varphi < 0 \leftarrow$  إذن :  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

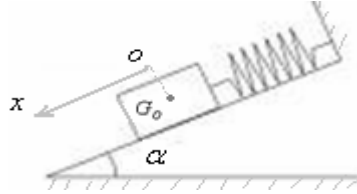
وبالتالي:  $x(t) = 3.10^{-2} \cos(\omega_o t - \frac{\pi}{2})$

(4) النبض الخاص:  $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = \sqrt{100} = 10 \text{ rad/s}$

الدور الخاص:  $T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = \frac{2\pi}{10} = 0,628 \text{ s} = 628 \text{ ms}$

## (2) تمرين رقم 2: النواس المرن المائل.

جسم صلب كتلته  $m = 100 \text{ g}$  بإمكانه أن ينزلق بدون احتكاك فوق نضد هوائي ، مائل بزاوية  $\alpha = 10^\circ$  بالنسبة للمستوى الأفقي. هذا الجسم مرتبط بنابض كما يبينه الشكل التالي:



• علما أن إطالة النابض عند التوازن  $\Delta \ell_o = 8 \text{ cm}$  ، وشدة الثقالة  $g = 9,8 \text{ N/kg}$

(1) أوجد إطالة النابض.

(2) نزيح الجسم الصلب عن موضع توازنه المستقر نحو الأسفل ب:  $3 \text{ cm}$  ثم نحرره بدون سرعة بدنية .

(1-2) أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

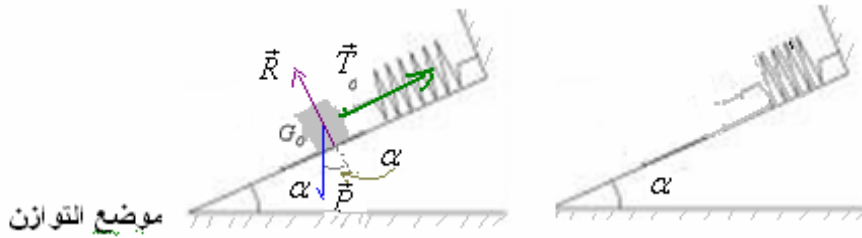
2-2: علما أن مركز قصور الجسم يمر ، عند اللحظة  $t = 0$  من النقطة ذات الأفضول  $x = +1,5 \text{ cm}$  في المنحنى الموجب .

أوجد المعادلة الزمنية للحركة التذبذبية .

(3-2) احسب الدور الخاص للحركة التذبذبية.

الإجابة:

(1) دراسة التوازن:



عند التوازن ، يخضع الجسم الصلب للقوى التالية :

$\vec{P}$  : وزنه .

$\vec{R}$  : القوة المطبقة من طرف سطح التماس ، وهي عمودية على السطح ، لأن التماس يتم بدون احتكاك .

$\vec{T}_o$  : القوة المقرونة بتوتر النابض عند التوازن ، شدتها:  $T_o = k \cdot \Delta \ell_o$

لدينا عند التوازن :  $\vec{P} + \vec{T}_o + \vec{R} = \vec{0}$

بالإسقاط على المحور  $ox$  :

$\Leftrightarrow + P \sin \alpha - T_o + 0 = 0$

• وهو شرط التوازن  $m \cdot g \cdot \sin \alpha - k \cdot \Delta \ell_o = 0$

ومنه :  $k = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{\Delta \ell_o} = \frac{0,1 \text{ kg} \times 9,8 \text{ N/kg}^{-1} \times \sin 10}{8 \times 10^{-2} \text{ m}} \approx 2,13 \text{ N/m}$

(2)

(1-2) خلال الحركة التذبذبية يخضع الجسم الصلب للقوى التالية:

$\vec{P}$  : وزنه .

$\vec{R}$  : القوة المطبقة من طرف سطح التماس ، وهي عمودية على السطح ، لأن التماس يتم بدون احتكاك .

$\vec{T}$  : القوة المقرونة بتوتر النابض عند التوازن ، شدتها:  $\vec{T} = -k(x + \Delta \ell_o) \vec{i}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$

ياسقاط العلاقة السابقة على المحور ox .

$$+ P \sin \alpha + 0 - k(x + \Delta \ell_0) = m \cdot a_x$$

$$(2) \quad m g \cdot \sin \alpha - k \cdot x - k \Delta \ell_0 = m \cdot \ddot{x} \quad \text{أي:}$$

ومن خلال شرط الوزن لدينا :  $m \cdot g \cdot \sin \alpha - k \cdot \Delta \ell_0 = 0$  إذن العلاقة (2) تصبح :  $-k \cdot x = m \cdot \ddot{x}$

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0 \quad \text{أي:} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$$

(2-2) المعادلة الزمنية للحركة :

حل المعادلة التفاضلية  $\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$  هي عبارة عن دالة جيبية على الشكل :

$$x = x_m \cdot \cos(\omega_o \cdot t + \varphi)$$

$$x_m = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m} \quad \text{مع :}$$

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2,13}{0,1}} = 4,61 \text{ rad / s} \quad \text{النبيض الخاص :}$$

$$x = 3 \times 10^{-2} \cdot \cos(4,61 \cdot t + \varphi) \quad \text{إذن الحل يصبح :}$$

تحديد الطور  $\varphi$  عند أصل التواريخ : من خلال الشروط البدئية لدينا : عند اللحظة  $t = 0$  ،  $x = +1,5 \text{ cm} = 1,5 \times 10^{-2} \text{ m}$

$$1,5 \times 10^{-2} = 3 \times 10^{-2} \cdot \cos(\varphi) \quad \text{نحصل على :} \quad x = x_m \cdot \cos(\omega_o \cdot t + \varphi) \quad \text{بالتعويض في الحل السابق :}$$

$$\varphi = \cos^{-1}(0,5) = \pm \frac{\pi}{3} \quad \text{ومنه :} \quad \cos \varphi = 0,5$$

وبما أن الجسم يمر من هذه النقطة عند أصل التواريخ في المنحى الموجب ، فإن  $v > 0$  (عند  $t = 0$ ).

$$x = x_m \cdot \cos(\omega_o \cdot t + \varphi) \quad \text{لدينا :}$$

$$v = \dot{x} = -x_m \cdot \omega_o \cdot \sin(\omega_o \cdot t + \varphi) \quad \text{إذن :}$$

$$\varphi < 0 \quad \text{عند } t = 0 \quad v = \dot{x} = -x_m \cdot \omega_o \cdot \sin \varphi > 0 \quad \text{و عند}$$

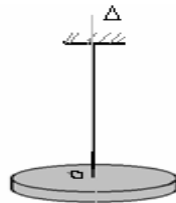
$$\text{إذن :} \quad \varphi = -\frac{\pi}{3} \quad \text{وبالتالي المعادلة الزمنية للحركة هي :} \quad x = 3 \times 10^{-2} \cdot \cos(4,61 \cdot t - \frac{\pi}{3})$$

(3-2) الدور الخاص :

$$T_o = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_o} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 1,36 \text{ s}$$

(3) تمرين رقم 3: نواس اللي .

قرص متجانس شعاعه  $r = 10 \text{ cm}$  ، كتلته  $m = 200 \text{ g}$  ، مثبت من مركزه  $O$  بواسطة بواسطة سلك رأسي قابل للي ، كما يبينه الشكل التالي:



عندما نزيح القرص عن موضع توازنه بحيث يصبح السلك ملتويا ثم نحرره ، تصبح له حركة دورانية تذبذبية حول المحور  $\Delta$  . مدة 15

ذبذبة تساوي :  $17,2 \text{ s}$  . عزم قصور القرص بالنسبة للمحور  $\Delta$  هو :  $J_\Delta = \frac{1}{2} m \cdot r^2$  .

(1) أثبت المعادلة التفاضلية للحركة ، ثم أوجد ثابتة اللي  $C$  للسلك المستعمل .

(2) القرص في موضع توازنه . نديره باليد ، بحيث ينجز نصف دورة في المنحى المباشر (الذي نعتبره المنحى الموجب) حول المحور  $\Delta$  ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة  $t = 0$  .

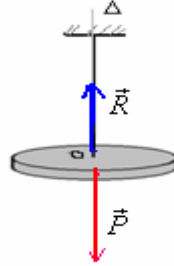
(3) أوجد المعادلة الزمنية للحركة .

اعط تعبير الطاقة الميكانيكية لهذا المتذبذب الميكانيكي، ثم احسب قيمتها في لحظة تحريره بعد إدارته بنصف دورة كما هو مبين في السؤال السابق. باعتبار كحالة مرجعية  $Ep = 0$  عند الموضع  $\theta = 0$ .

الإجابة:

(1) القرص خلال الحركة يخضع للقوى التالية:

- $\vec{P}$  : وزنه.
- $\vec{R}$  : تأثير السلك .
- قوى اللي ذات العزم :  $M_t = -C.\theta$



تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على القرص:  $\Sigma M_{\Delta} \vec{F} = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$  لان القرص في حالة دوران.

$$M_{\Delta} \vec{P} + M_{\Delta} \vec{R} + M_t = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} \quad \text{أي:}$$

$M_{\Delta} \vec{P} = 0$  و  $M_{\Delta} \vec{R} = 0$  لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع محور الدوران.

$$0 + 0 - C.\theta = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} \quad \text{إن:}$$

أي:  $J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + C\theta = 0$  ومنه  $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}}\theta = 0$  المعادلة التفاضلية للحركة التذبذبية لنواس اللي.

$$(1) T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}}$$

نبرتها الخاص:  $\omega_o = \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}}$  ب:  $\text{rad/s}$  و دوره الخاص

$$C = \frac{4.\pi^2 . J_{\Delta}}{T_o^2} \quad \Leftarrow$$

$$T_o = \frac{17,2}{15} \quad \Leftarrow \quad 15.T_o = 17,2s \quad \text{ولدينا:}$$

$$C = \frac{4.\pi^2 . \frac{1}{2} m.r^2}{\left(\frac{17,2}{15}\right)^2} = \frac{2\pi^2 \times 0,2 \times 0,1^2 \times 15^2}{17,2^2} = 0,03 N.m / rad \quad \text{ومنه:}$$

(2) حل هذه المعادلة التفاضلية  $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}}\theta = 0$  دالة جيبية تكتب كما يلي:  $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

نصف دورة يوافق زاوية:  $\theta_m = \pi \text{ rad}$

النبرض الخاص:  $\omega_o = \frac{2.\pi}{T_o} = \frac{2.\pi}{17,2} \times 15 = 5,48 \text{ rad/s}$

$$\omega_o = \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}} = \sqrt{\frac{0,03}{\frac{1}{2} m.r^2}} = \sqrt{\frac{0,03}{0,5 \times 0,2 \times 0,1^2}} = 5,48 \text{ rad/s} \quad \text{أو:}$$

الحل يصبح كما يلي:  $\theta(t) = \pi \cos(5,48t + \varphi)$

تحديد الطور عند أصل التواريخ:

المنحى المباشر يوافق المنحى الموجب. عند اللحظة  $t = 0$  ،  $\theta = +\pi$

بالتعويض في الحل السابق:  $\pi = \pi \cdot \cos \varphi \quad \Leftarrow \quad \cos \varphi = 1 \quad \Leftarrow \quad \varphi = 0$

ومنه:  $\theta_{(t)} = \pi \cos 5,48t$  وهي المعادلة الزمنية للحركة التذبذبية للقرص.

(3) تعبير الطاقة الميكانيكية لهذا المتذبذب الميكانيكي : هي مجموع طاقته الحركية و طاقة وضعه للي.

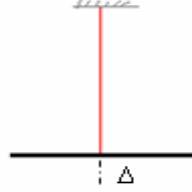
$$E_m = E_c + E_{p_i} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2$$

ومباشرة في لحظة تحرير القرص بعد إذارته بالزاوية  $\theta = +\pi$

$$E_m = \frac{1}{2} \times 0,03 \times \pi^2 = 0,148J$$

#### (4) تمرين رقم 4: نواس اللي .

يمثل الشكل التالي سلكا فولاديا رأسيا ، ثابتة ليه  $C = 0,65 N.m / rad$  ، مثبتا من طرفه السفلي بمركز قصور قضيب متجانس عزم قصوره بالنسبة لمحور الدوران  $J_{\Delta}$  .



نميرا للقضيب أفقيا بزاوية  $\theta_m = +\frac{\pi}{4}$  ثم نحرره بدون سرعة بدنية. فتصبح له حركة تذبذبية . وفي غياب الاحتكاكات تبقى التذبذبات مصونة ، فينجز 20 ذبذبة في ظرف 24 ثانية.

علما أنه عند اللحظة  $t = 0$  يمر من الموضع المعلم بالزاوية  $\theta = +\frac{\pi}{8}$  في المنحى الموجب .

(1)

1.1 أوجد المعادلة التفاضلية لحركة القضيب وبين أن حركته دورانية جيبية .

1-2) احسب الدور الخاص  $T_0$  لهذا المتذبذب الميكانيكي.

1-3) أوجد تعبير عزم القصور  $J_{\Delta}$  للقضيب بدلالة  $T_0$  و  $C$  ثم احسب قيمته .

1-4) أوجد المعادلة الزمنية للحركة .

2) باعتبار كحالة مرجعية:  $E_{p_i} = 0$  عند  $\theta = 0$  .

1-2) أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة المتذبذبة بدلالة  $J_{\Delta}$  ،  $C$  ،  $\theta$  و  $\dot{\theta}$  .

2-2) انطلاقا من تعبير الطاقة الميكانيكية ، بين أن هذه الأخيرة تبقى ثابتة ثم استنتج قيمتها .

2-3) مثل مخططات الطاقة  $E_{p_i}$  و  $E_c$  و  $E_m$  بدلالة  $\theta$  .

#### الإجابة:

(1-1)

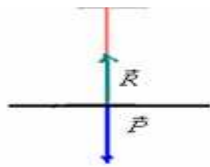
المجموعة المدروسة {القضيب}

جرد القوى: القضيب خلال الحركة يخضع للقوى التالية:

•  $\vec{P}$  : وزنه.

•  $\vec{R}$  : تأثير السلك .

• قوى اللي ذات العزم :  $M_t = -C \cdot \theta$



لان القضيب في حالة دوران.

تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على القضيب:  $\Sigma M_{\Delta} \vec{F} = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$

$$M_{\Delta} \vec{P} + M_{\Delta} \vec{R} + M_t = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} \quad \text{أي:}$$

$M_{\Delta} \vec{P} = 0$  و  $M_{\Delta} \vec{R} = 0$  لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع محور الدوران.

$$0 + 0 - C \cdot \theta = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} \quad \text{إذن}$$

أي:  $J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + C \theta = 0$  ومنه  $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \theta = 0$  المعادلة التفاضلية للحركة التذبذبية لنواس اللي.

حل هذه المعادلة دالة جيبية تكتب كما يلي:  $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

إذن حركة القضيب دورانية جيبية.

نبضها الخاص:  $\omega_o = \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$  ب:  $rad/s$

(2-1) الدور الخاص:  $T_o$  :

لدينا :  $20T_o = 24s$   $\Leftrightarrow T_o = 1,2s$

$$J_\Delta = \frac{T_o^2 \times C}{4.\pi^2} \Leftrightarrow T_o^2 = 4.\pi^2 \cdot \frac{J_\Delta}{C} \Leftrightarrow T_o = \frac{2.\pi}{\omega_o} = 2.\pi \sqrt{\frac{J_\Delta}{C}} \quad (3-1)$$

تطبيق عددي :  $J_\Delta = \frac{(1,2)^2 \times 0,65}{4.\pi^2} = 23,7 \times 10^{-3} kg.m^2$

(4-1) المعادلة الزمنية للحركة دالة جيبية تكتب كما يلي :  $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

مع :  $\theta_m = \frac{\pi}{4}$  ،  $\omega_o \approx 5,24 rad/s$

عند اللحظة :  $t = 0$   $\left\{ \begin{array}{l} \theta = +\frac{\pi}{8} \\ \dot{\theta} > 0 \end{array} \right.$  لدينا :  $\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \cos \varphi = 0,5 \\ \sin \varphi < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varphi = \pm \frac{\pi}{3} \\ \varphi < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$

وبالتالي :  $\theta(t) = \frac{\pi}{4} \cos\left(5,24.t - \frac{\pi}{3}\right)$

(2

(1-2

طاقة الوضع التي تعطىها العلاقة التالية :  $E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2 + C^{te}$

من خلال الحالة المرجعية  $E_{pt} = 0$  عند  $\theta = 0$  وبذلك تكون  $C^{te} = 0$ .

وبالتالي :  $E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2$

الطاقة الميكانيكية:

$$E_m = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C.\theta^2$$

(2-2

بما أن الاحتكاكات مهملة ، ليس هناك تبدد للطاقة = الطاقة الميكانيكية للمجموعة تنحفظ.  $E_M = C^{te}$

ولدينا :  $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi) \Leftrightarrow \dot{\theta} = -\theta_m \cdot \omega_o \cdot \sin(\omega_o t + \varphi)$

بالتعويض في التعبير :  $E_m = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C.\theta^2$  نحصل على:

$\cdot \omega_o^2 = \frac{C}{J_\Delta}$  نعوض  $E_m = \frac{1}{2}.J_\Delta.\theta_m^2 \cdot \omega_o^2 \cdot \sin^2(\omega_o t + \varphi) + \frac{1}{2}.C.\theta_m^2 \cdot \cos^2(\omega_o t + \varphi)$

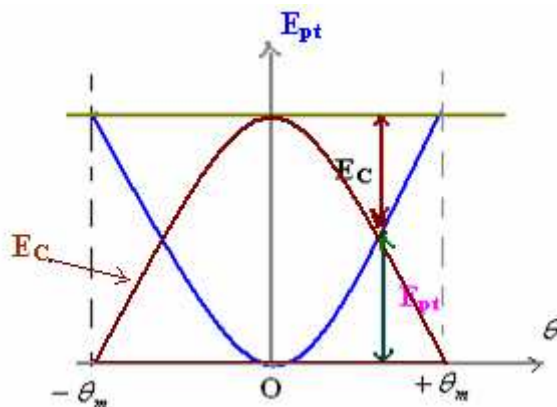
فحصل على :  $E_m = C^{te} \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}.C.\theta_m^2$

$E_m = 0,2J$

$\Leftrightarrow$

$\left\{ \begin{array}{l} C = 0,65 N.m / rad \\ \theta_m = \frac{\pi}{4} \end{array} \right.$

يمكن تمثيل  $E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2$  هو عبارة عن منحنى شلجمي.



الطاقة الميكانيكية ثابتة في كل لحظة :  $E_m = \frac{1}{2}.C.\theta_m^2$

ولدينا في كل لحظة  $E_c = E_m - E_{pt}$ .

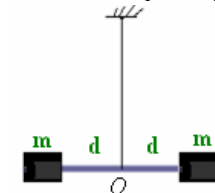
### (5) تمرين رقم 5: نواس اللي .

يمثل الشكل التالي سلكا فولاذيا رأسيا ، ثابتة ليه  $C$  ، مثبتا من طرفه السفلي بمركز قصور قضيب متجانس عزم قصوره بالنسبة لمحور الدوران  $J_o$  .

نديرا لقضيب أفقيا بزاوية  $\theta_m$  ثم نحرره بدون سرعة بدنية . فتصبح له حركة تذبذبية .

(1) أوجد المعادلة التفاضلية للحركة ثم اعط تعبير نبضها الخاص بدلالة  $J_o$  و  $C$  ثم اعط تعبير الدور الخاص  $T_o$  .

نتبث على القضيب سحمتين لهما نفس الكتلة  $m = m_1 = m_2 = 0,35\text{kg}$  كل منهما توجد على نفس المسافة  $d$  من النقطة  $O$  .

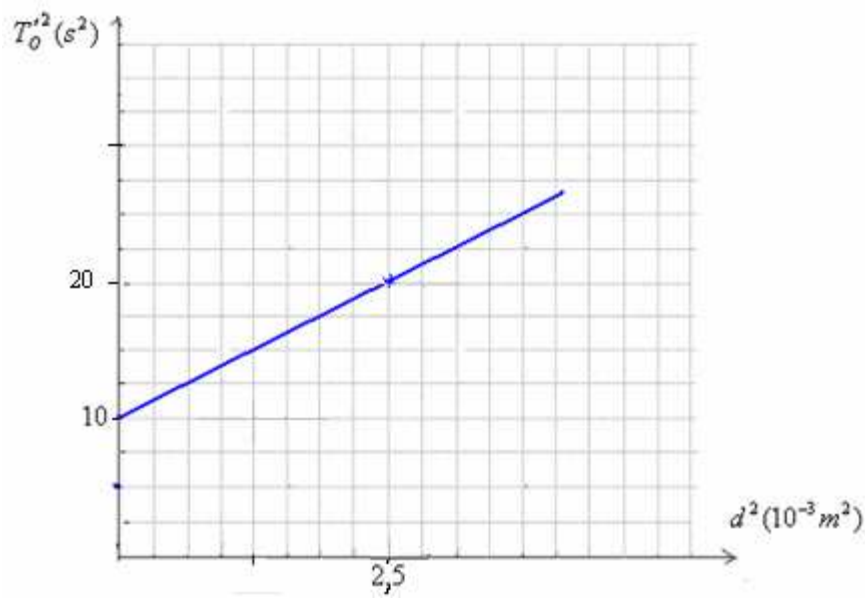


ندير القضيب أفقيا حول المحور  $\Delta$  فيلتوي السلك بزاوية  $\theta_m$  ، ثم نحرره بدون سرعة بدنية . نذكر بأن عزم قصور المجموعة (قضيب +

السحمتين ) هو :  $J_{\Delta} = J_o + 2.m.d^2$  .

نقيس تغيرات الدور الخاص  $T_o$  للمجموعة بتغيير موضع السحمتين .

يمثل المنحنى التالي  $T_o'^2 = f(d^2)$



- (2) اعط تعبير الدور الخاص  $T'_o$  بدلالة للمجموعة ( قضيب + سحمتين )  $J_o$  ،  $m$  ،  $C$  و  $d$  .  
 (3) أوجد قيمة  $C$  و  $J'_\Delta$  .

$$(1) \quad \text{المعادلة التفاضلية : } J_o \cdot \ddot{\theta} + C\theta = 0 \quad \text{والنبض الخاص : } \omega_o = \sqrt{\frac{C}{J_o}} \quad \text{والدور الخاص : } T_o = 2\pi\sqrt{\frac{J_o}{C}}$$

$$(2) \quad T'_o = 2\pi\sqrt{\frac{J_o + 2.m.d^2}{C}}$$

(3) لدينا:

$$T'_o{}^2 = \frac{4\pi^2 \cdot J_o}{C} + \frac{8\pi^2 \cdot m}{C} \times d^2 \quad (1) \quad \Leftarrow \quad T'_o = 2\pi\sqrt{\frac{J_o + 2.m.d^2}{C}}$$

نلاحظ أن المنحنى  $T'_o{}^2 = f(d^2)$  عبارة عن مستقيم لا يمر من الأصل معادلته تكتب كما يلي :

$$T'_o{}^2 = a.d^2 + b$$

بحيث تمثل الثابتة  $a$  المعامل الموجه للمستقيم .

$$a = \frac{\Delta T'_o{}^2}{\Delta d^2} = \frac{10}{2,5 \cdot 10^{-3}} = 4 \times 10^3$$

عندما تكون  $d = 0$  نحصل مبيانيا على :  $b = 10$   $\Leftarrow$

إذن : (2)  $T'_o{}^2 = 4 \times 10^3 \cdot d^2 + 10$  بمقارنة (2) مع (1) نستنتج أن :

$$C = \frac{8\pi^2 \cdot m}{4 \times 10^3} = \frac{8\pi^2 \cdot 0,1}{4 \times 10^3} \approx 2 \times 10^{-3} \text{ N.m / rad} \quad \text{ومنه : } \frac{8\pi^2 \cdot m}{C} = 4 \times 10^3$$

$$J_o = \frac{10 \times C}{4\pi^2} = \frac{10 \times 2 \times 10^{-3}}{4\pi^2} = 5 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2 \quad \Leftarrow \quad \frac{4\pi^2 \cdot J_\Delta}{C} = 10 \quad \text{ولدينا :}$$

**SBIRO ABDELKRIM E-MAIL [sbiabdou@yahoo.fr](mailto:sbiabdou@yahoo.fr) msn : [sbiabdou@hotmail.fr](mailto:sbiabdou@hotmail.fr)**