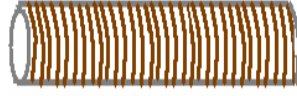


ثنائي القطب RL

I دور الوشيعية في دارة كهربائية :

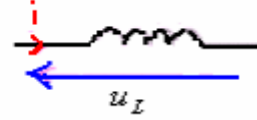
1) تعريف الوشيعية :

الوشيعية ثنائي قطب يتكون من أسلاك النحاس ملفوفة بانتظام حول اسطوانة عازلة .



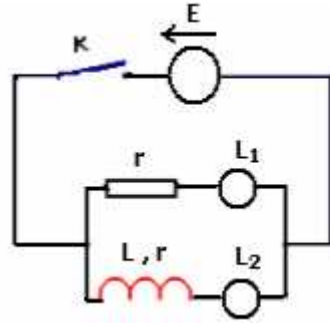
تمثل الوشيعية ذات المقاومة r ، في دارة كهربائية كما يلي:

في اصطلاح المستقبل ، التوتّر بين مربطي الوشيعية وشدة التيار الكهربائي الذي يعبرها لهما منحنيان متعاكسان.



2) تأثير الوشيعية على دارة كهربائية :

أ) تجربة :



نعتبر الدارة الكهربائية المكونة من :

- مولد للتيار الكهربائي المستمر.
- مصباح L_1 ومصباح L_2 مماثلان.
- موصل أومي ووشيعية لهما نفس المقاومة.
- قاطع التيار الكهربائي.

ب) ملاحظات :

المصباح L_2 يتأخر في اللمعان عند غلق قاطع التيار الكهربائي ويتأخر في الانطفاء عند فتح قاطع التيار.

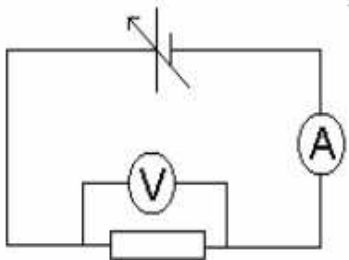
ج) استنتاج :

الوشيعية تقاوم إقامة أو انقطاع التيار الكهربائي في الدارة.

II الأبراز التجريبي لمعامل تحريض الوشيعية:

1) التوتّر بين مربطي الوشيعية :

أ) في التيار الكهربائي المستمر



ننجز التركيب التالي المكون من مولد للتيار الكهربائي المستمر

(قابل للضبط): ثم أمبيرمتر، وفولتميتر ووشيعية. (انظر الشكل).

نقيس كغيرات التوتّر بين مربطي الوشيعية بدلالة كغيرات شدة التيار في الدارة.

جدول النتائج:

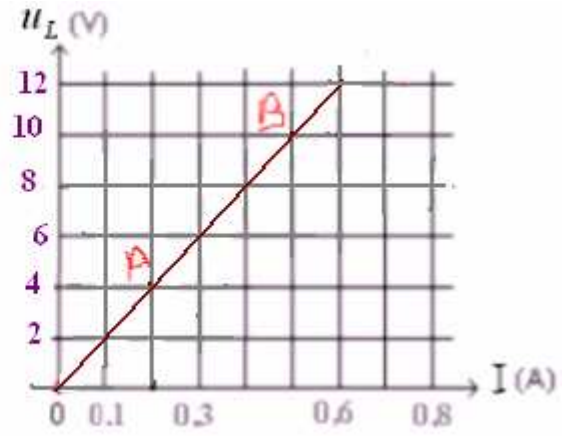
$u_L (V)$	2	4	6	8	10	12
$I (A)$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6

التوتر بين مربطي الوشيعه يتناسب اضطرادا مع شدة التيار الكهربائي الذي يعبرها. ومعامل التناسب الذي له أبعاد المقاومة يسمى بمقاومة الوشيعه ويرمز إليه ب: r .

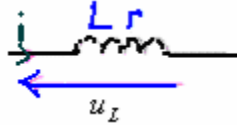
$$r = \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{u_B - u_A}{I_B - I_A} = \frac{(10 - 4)V}{(0,5 - 0,2)A} = 20\Omega$$

$$u_L = rI$$

تتصرف الوشيعه في التيار الكهربائي المستمر كموصل أومي.



(ب) في التيار الكهربائي المتغير:



$$u_L = r i + L \frac{di}{dt}$$

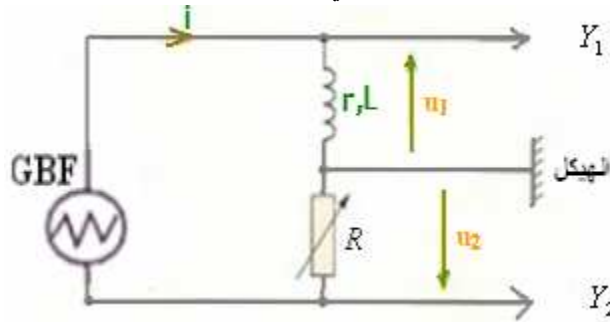
التوتر بين مربطي الوشيعه في التيار الكهربائي المتغير:

L : معامل تحريض الوشيعه وهو يتعلق بطولها وعدد لفاتها ومساحة مقطعها وكذلك بطبيعة الوسط الذي توجد فيه ، لذلك يزداد هذا المعامل عند إدخال نواة من الحديد المطاوع بداخل الوشيعه.

ووحدة معامل التحريض في النظام العالمي للوحدات : الهينري $Henry$ الذي يرمز إليه ب: H .

(2) الإبراز التجريبي لمعامل تحريض الوشيعه.

نستعمل مولدا للترددات المخفضة ($G.B.F.$) وننجز التركيب التالي:

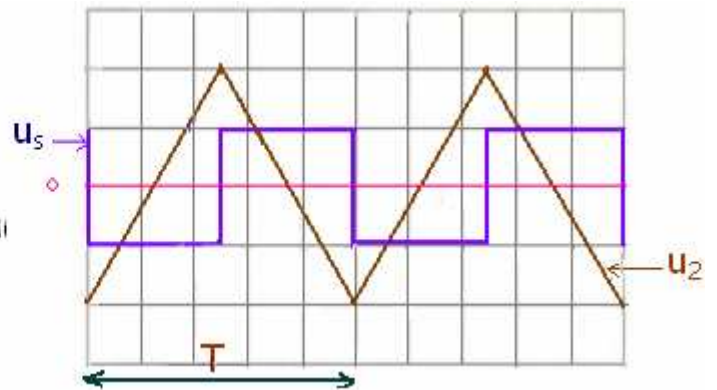


نضبط قيمة مقاومة الموصل الأومي R إلى أن تصبح : $R = r = 20\Omega$.

و نضبط المولد GBF على التردد $N=2KHz$. بحيث يعطي تيارا كهربائيا مثلثيا .

نشاهد على شاشة راسم التذبذب في المدخل y_B $u_2(t)$.

ثم نضغط على الزر ADD الذي يمكن من مشاهدة المجموع $u_s = u_1 + u_2$ على الشاشة فنحصل على الشكل التالي:



الكسح الأفقي المستعمل : $0,1 ms/div$

الحساسية الرأسية $2 V/div$ للتوترين u_2 و u_s .

(1) عبر عن u_2 بدلالة R و i .

(2) اعتمادا على قيمة الكسح الأفقي المستعمل أوجد قيمة الدور T ثم تأكد من كون التردد يساوي $2kHz$.

(3) عبر عن التوتر u_s بدلالة L و $\frac{di}{dt}$.

(4) خلال نصف الدور الأول يمكن كتابة التوتر u_2 على الشكل $u_2 = at + b$

(أ) حدد قيمة المعاملين a و b ؟

(ب) عين بالنسبة لنصف الدور الأول، تعبير $i(t)$ ، ثم أوجد قيمة $\frac{di}{dt}$.

(5) من خلال الشكل المشاهد على شاشة راسم التذبذب، أوجد قيمة التوتر u_s في المجال $\left[0, \frac{T}{2}\right]$ ، واستنتج قيمة معامل التحريض للوشية.

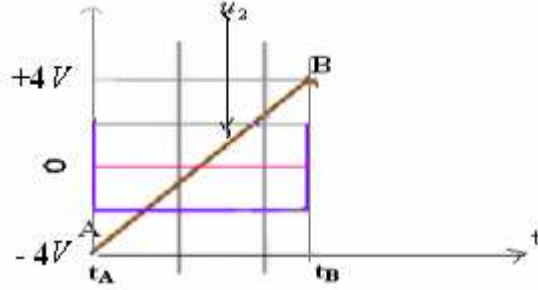
(1) من خلال التركيب لدينا: $u_2 = -u_R$ إذن: $u_2 = -Ri$

$$(2) \quad T = 5cm \times 0,1ms/cm = 0,5ms \quad \text{إذن: } N = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5 \times 10^{-3} s} = 2 \times 10^3 Hz = 2kHz$$

$$(3) \quad \text{لدينا } R = r \quad \text{إذن: } u_s = u_1 + u_2 = ri + L \frac{di}{dt} - ri = L \frac{di}{dt} \quad \text{ومنه: } u_s = L \frac{di}{dt}$$

(4) (أ) في المدخل Y_2 نعاين التوتر $u_2 = -R.i$ وهو على الشكل: $u_2 = at + b$

$$a = \frac{\Delta u_2}{\Delta t} = \frac{(u_2)_B - (u_2)_A}{t_B - t_A} = \frac{4 - (-4)V}{(0,25 - 0) \cdot 10^{-3} s} = 32 \cdot 10^3$$



$$u_2 = 32 \cdot 10^3 t + b \quad \text{إذن:}$$

لتحديد قيمة الثابتة b نعتبر لحظة تنتمي إلى المجال $[0, 0,25ms]$ مثلا $t = 0$ ثم نعوض في $u_2 = 32 \cdot 10^3 t + b$ التي تصبح: $-4 = 0 + b$ ومنه: $b = -4V$ وبالتالي:

$$u_2 = 32 \cdot 10^3 t - 4$$

(ب) بالنسبة لنصف الدور الأول، تعبير $i(t)$ هو:

$$u_2 = 32 \cdot 10^3 t - 4$$

$$i = \frac{-u_2}{R} = \frac{-(32 \times 10^3 t - 4)}{20} = -1600t + 0,2 \quad \Leftarrow \quad u_2 = -R.i$$

$$\frac{di}{dt} = -1600 \quad \Leftarrow \quad i = -1600t + 0,2 \quad \text{بما أن:}$$

(5) من خلال الشكل لدينا في المجال $\left[0, \frac{T}{2}\right]$: $u_s = -2V / div \times 1div = -2V$

ومن خلال (3) $u_s = L \frac{di}{dt}$

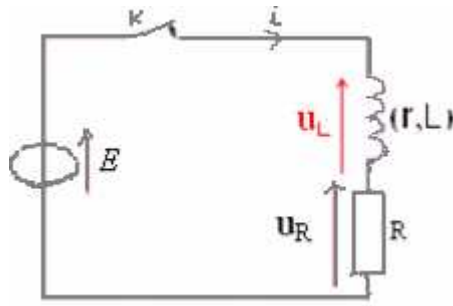
$$L = \frac{u_s}{di/dt} = \frac{-2}{-1600} = 1,25 \cdot 10^{-3} H = 1,25mH \quad \text{إذن:}$$

(III) استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر:

(1) الاستجابة لرتبة صاعدة للتوتر (إقامة التيار في الدارة):

(1-1) التركيب التجريبي:

نركب على التوالي موصلا أوميا مقاومته R ووشية معامل تحريضها L ومقاومتها r ، ونخضعه لرتبة صاعدة للتوتر.



(2-1) المعادلة التفاضلية :

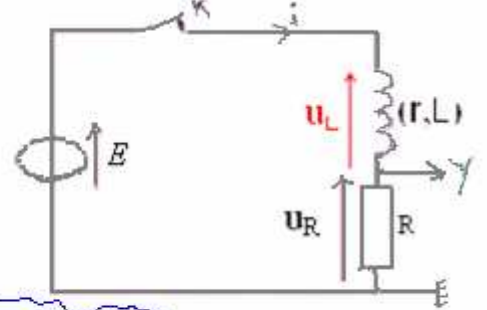
بتطبيق قانون إضافية لتوترات لدينا : $u_R + u_L = E$

العلاقة تصبح : $u_L = r i + L \frac{di}{dt}$ و $u_R = R i$

$$(r+R) i + L \frac{di}{dt} = E \quad \text{أي: } R i + r i + L \frac{di}{dt} = E$$

إذن : $R_t i + L \frac{di}{dt} = E$ مع $R_t = r + R$

العلاقة (2) نكتب كما يلي : $\frac{L}{R_t} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$ وفي هذه الحالة ثابتة الزمن : $\tau = \frac{L}{R_t}$ ثابتة الزمن ثنائي القطب RL



وبذلك المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار في الدارة هي : $\tau \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$

(3-1) حل المعادلة التفاضلية :

حل المعادلة التفاضلية : $i(t) = A e^{-m t} + B$ (1) يكتب كما يلي : $\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$

الثوابت A ، m و B يتم تحديدها بالتعويض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.

إذن : $\frac{di}{dt} = -m A e^{-m t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح : $-\tau \cdot m A e^{-m t} + A e^{-m t} + B = \frac{E}{R_t}$

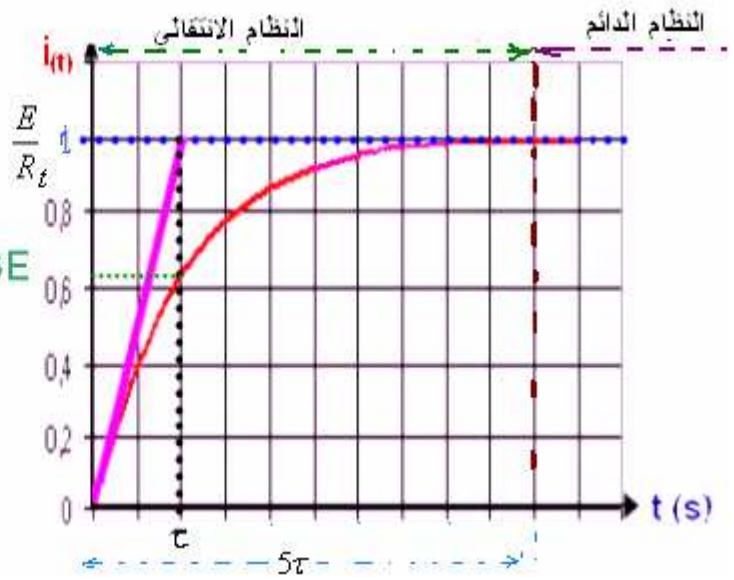
أي : $A e^{-m t} (1 - \tau \cdot m) = \frac{E}{R_t} - B$ (2) لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل $e^{-m t}$ منعدما أي $1 - \tau \cdot m = 0$ لأن $A \neq 0$

إذن : $m = \frac{1}{\tau}$ وبذلك (2) تصبح $B = \frac{E}{R_t}$

والحل (1) أصبح كما يلي : $i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R_t}$ (3)

لتحديد الثابتة A نعتبر الشروط البدئية : عند اللحظة $t = 0$ لدينا $u_c = 0$ وبالتعويض في (3) نحصل على : $A = -\frac{E}{R_t}$

الحل النهائي يكتب كما يلي : $i(t) = \frac{E}{R_t} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ مع $\tau = \frac{L}{R_t}$ و $R_t = r + R$



بعد حوالي 5τ يتحقق النظام الدائم في الدارة. ويعزى ذلك إلى وجود الوشيعية التي تقاوم قيام التيار الكهربائي في الدارة لحظة إغلاقها.

يمثل هذا المحنى التأخر الزمني الذي يحدث عند إقامة التيار في دارة تضم وشيعة .

تزداد مدة إقامة التيار في الدارة بتزايد معامل تحريض الوشيعية أو تناقص مقاومة الدارة أي بتزايد τ .

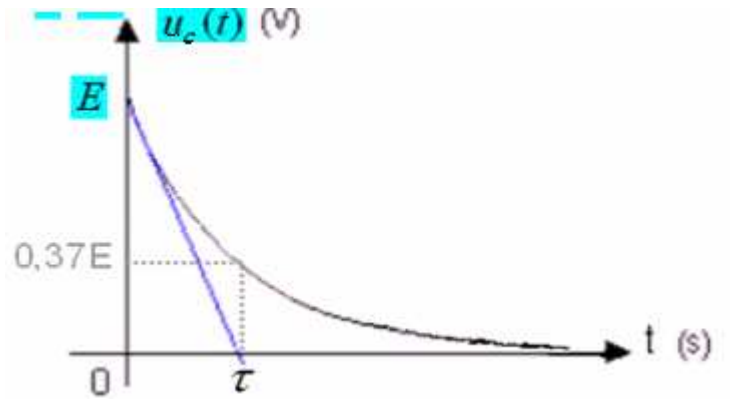
(4-1) تعبير التوتر بين مربطى الوشيعية:

حسب قانون إضافية التوترات في الدارة السابقة لدينا:

$$u_R + u_L = E$$

$$u_L = E - u_R = E - Ri = E - R \cdot \frac{E}{R_L} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

إذا كانت مقاومة الوشيعية r مهملة ، تصبح مقاومة الدارة $R_L = R$ وبالتالي : $u_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ مع $\tau = \frac{L}{R}$



(5-1) معادلة الأبعاد لثابتة الزمن $\tau = \frac{L}{R_L}$

$$[L] = \frac{[U][t]}{[I]} \quad \Leftrightarrow \quad [U] = [L] \frac{[I]}{[t]} \quad \Leftrightarrow \quad u_L = L \frac{di}{dt}$$

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} \quad \Leftrightarrow \quad [U] = [R][I] \quad \Leftrightarrow \quad u_R = R \cdot i \quad \text{و}$$

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = [U][t][I]^{-1} \times [U]^{-1} \cdot [I] = [t] \quad \Leftrightarrow \quad \tau = \frac{L}{R}$$

وبما أن ثابتة الزمن τ لها بعد زمني وحدتها الثانية s .

(6-1) طريقة تحديد ثابتة الزمن :

الطريقة الأولى: نعطي للمتغيرة t في العلاقة : $u(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ القيمة $t = \tau$.

فنحصل على قيمة التوتر بين مربطى الوشيعية الموافق ل: $t = \tau$ فهو : $u_c = Ee^{-1} \approx 037E$

$$i_{(t)} = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ - أو في العلاقة:}$$

فنحصل على قيمة شدة التيار الكهربائي الذي يعبر الدارة الموافق ل: $t = \tau$ فهو: $i = I_0(1 - e^{-1}) = 0,63I_0$

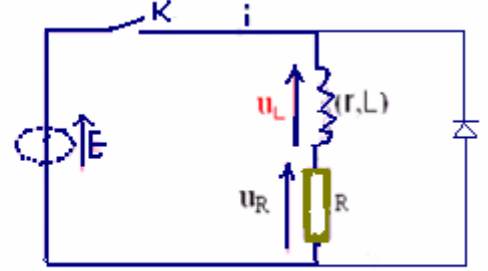
الطريقة الثانية: برسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$ فهو يتقاطع مع المقارب $u_L = \frac{E}{R_t}$

في اللحظة $t = \tau$ (انظر الشكل) . ومع محور الزمن بالنسبة للتوتر.

(2) الاستجابة لرتبة نازلة للتوتر (إعدام التيار في الدارة):

عند فتح قاطع التيار الكهربائي K يتغير التوتر بين مربطي ثنائي القطب RL فجأة من القيمة E إلى صفر، (نقول أنه خضع إلى رتبة توتر نازلة).

نضيف إلى دارة التفريغ صماما ثنائيا مركبا في المنحنى المعاكس بين مربطي الوشيعنة لتفادي حدوث ظاهرة فرط التوتر التي تحدث شرارات بين مربطي الوشيعنة وقد تؤدي على إتلاف بعض أجهزة الدارة.



مثلا: $L = 0,5H$ وشدة التيار في الدارة $i = 1A$ ، $E = 6V$.
 ثم نفتح فجأة قاطع التيار K . ومدة انقطاع التيار في الدارة $\Delta t = 1ms$
 ظاهرة فرط التوتر: $L \frac{di}{dt} = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0,5 \cdot \frac{0-1}{10^{-3}} = 500V$

عند فتح قاطع التيار، بتطبيق قانون التوترات نجد: $u_L + u_R = 0$

$$L \frac{di}{dt} + (r + R)i = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (L \frac{di}{dt} + ri) + Ri = 0 \text{ أي:}$$

$$\text{مع: } \tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\tau \frac{di}{dt} + i = 0 \text{ التي يمكن كتابتها كما يلي:}$$

$$\text{أي: } \frac{L}{R+r} \cdot \frac{di}{dt} + i = 0$$

حل هذه المعادلة يكتب كما يلي: $i = Ae^{-mt} + B$

$$\text{إذن: } \frac{di}{dt} = -mAe^{-mt} \text{ بالتعويض تصبح المعادلة التفاضلية: } -\tau \cdot mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = 0$$

$$\text{أي: } Ae^{-mt}(1 - \tau \cdot m) = -B \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} 1 - \tau \cdot m = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad m = \frac{1}{\tau} \text{ إذن: } i = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{وباعتبار الشروط البدئية، عند اللحظة } t = 0 \text{ كان النظام الدائم متحققا } \Leftrightarrow i = \frac{E}{R+r} = Ae^0 \Leftrightarrow A = \frac{E}{R+r}$$

$$\text{ومنه: } i = \frac{E}{R_t} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(IV) الطاقة المخزونة في وشيعة:

(1) الإبراز التجريبي:

ننجز التركيب التالي:

