

مباريات الأولمبياد في الرياضيات بالثانوي الإعدادي / موسم 2019 - 2020

الفرض الأول باللغتين العربية والفرنسية

المستوى الدراسي : الثالثة ثانوي ، عام ودولي مزدوج اللغة .  
 تاريخ التصيير : الجمعة 29 نونبر 2019 ، ابتداء من الساعة الثالثة زوالا .  
 ملحوظة هامة : يكتب بخط واضح على ورقة التحرير :

- اسم ونسب المترشح (ة) وتاريخ الميلاد .
- اسم المؤسسة والقسم .

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

L'usage de la calculatrice est autorisé

Exercice 1 : (4 points)

50 personnes ont été invitées à une soirée. 27 invités ont pris du café , 28 ont pris du thé, et 15 invités ont pris les deux boissons. Quel est le nombre d'invités qui n'ont pris ni café ni thé ?

Exercice 2 : (3 points x 2)

Notez bien : les deux questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Montrer que :  $\sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$  .
2. Déterminer le nombre réel positif  $a$  qui vérifie :  $1 + \frac{1}{1+a} = a$

Exercice 3 : (5 points)

$x$  est un nombre réel tel que :  $x^2 + x + 1 = \sqrt{5}$

Déterminer la valeur de l'expression :

$$A = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$$

Exercice 4 : (5 points)

$ABCD$  est un trapèze de bases  $[AB]$  et  $[CD]$  et dont les diagonales se coupent en  $I$  . La droite passant par  $I$  parallèlement à  $(AB)$  coupe  $[AD]$  en  $E$  . On suppose que  $IE = \sqrt{2} + 1$  . Démontrer que :

$$\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \sqrt{2} - 1$$

التصيرين 1 : (4 نقط)

حضر 50 شخصا خلال أمسية، فتناول 27 منهم القهوة، وتناول 28 شخصا الشاي ، بينما تناول 15 شخصا منهم الشاي والقهوة معا . ما هو عدد المدعوين الذين لم يتناولوا لا شاي ولا قهوة ؟

التصيرين 2 : (3 نقط + 3 نقط)

ملحوظة : السؤالان 1 و 2 مستقلان .

1. برهن أن :  $\sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$  .
2. حدد العدد الحقيقي الموجب  $a$  الذي يحقق :  $1 + \frac{1}{1+a} = a$

تصيرين 3 : (5 نقط)

$x$  عدد حقيقي بحيث :  $x^2 + x + 1 = \sqrt{5}$  . حدد قيمة التعبير :

$$A = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$$

تصيرين 4 : (5 نقط)

$ABC$  شبه منحرف قاعدته  $[AB]$  و  $[CD]$  يتقاطع قطراه في  $I$  .

مستقيم المار بالنقطة  $I$  والموازي للمستقيم  $(AB)$  يقطع  $[AD]$  في  $E$  .

$E$  . نفترض أن  $IE = \sqrt{2} + 1$  . برهن أن :

$$\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \sqrt{2} - 1$$

