



القرص الثاني باللغتين العربية والفرنسية

المرحلة الانتقالية الثانية

المستوى الدراسي : الثالثة ثانوي إعدادي

الأولمبياد الجوهري في مادة الرياضيات 2020

مدة إنجاز الفرض : ساعتان

وقت الفرض : من 15h إلى 17h

تاريخ الفرض : الجمعة 27 ديسمبر 2019

ملحوظة: يُدون المترشح (ة) على ورقة التحرير اسمه ونسبه (بالحروف العربية وبالحروف اللاتينية)، اسم المؤسسة وتاريخ ميلاده.

Exercice 1 : (6 points)

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1)- Calculer le nombre suivant :

$$A = \sqrt{9 + \sqrt{17}} \times \sqrt{4 + \sqrt{7 + \sqrt{17}}} \times \sqrt{4 - \sqrt{7 + \sqrt{17}}}$$

2)- a et b sont deux nombres réels non nuls tels que :
 $a + b = ab$.

i). Vérifier que : $a + b \neq 0$.

ii). Montrer que : $\frac{a}{b^2 + ab} + \frac{b}{a^2 + ab} = \frac{a^2 + b^2}{(a + b)^2}$.

iii). En déduire que : $\frac{a}{b^2 + ab} + \frac{b}{a^2 + ab} \geq \frac{1}{2}$.

القرين 1: (6 نقط)

السؤالان (1) و (2) مستقلان.

1- أجب العدد التالي:

$$A = \sqrt{9 + \sqrt{17}} \times \sqrt{4 + \sqrt{7 + \sqrt{17}}} \times \sqrt{4 - \sqrt{7 + \sqrt{17}}}$$

2- a و b عدنان حقيقيين غير متعدمين بحيث:

أ. تحقق أن: $a + b \neq 0$.

ب. بين أن: $\frac{a}{b^2 + ab} + \frac{b}{a^2 + ab} = \frac{a^2 + b^2}{(a + b)^2}$.

ج. استنتج أن: $\frac{a}{b^2 + ab} + \frac{b}{a^2 + ab} \geq \frac{1}{2}$.

Exercice 2 : (4 points)

Un enfant d'origine africaine, âgé de 12 ans, a découvert le mois dernier un critère de divisibilité par le nombre 7, en utilisant la technique suivante :

Pour tester sur le nombre 987 par exemple, on a :

$$98 + 7 \times \boxed{5} = 98 + 35 = 133$$

$$13 + 3 \times \boxed{5} = 13 + 15 = \boxed{28}$$

28 est divisible par 7, donc 987 est divisible par 7.

- En utilisant la même technique, Vérifier que 2023 est divisible par le nombre 7.

القرين 2: (4 نقط)

اكتشف طفل من أصل أفريقي، يبلغ من العمر 12 عاماً، الشهر الماضي، مبرهماً لقابلية القسمة على العدد 7، باستعمال التقنية التالية:

للتجريب على العدد 987 مثلاً، لدينا:

$$98 + 7 \times \boxed{5} = 98 + 35 = 133$$

$$13 + 3 \times \boxed{5} = 13 + 15 = \boxed{28}$$

28 يقبل القسمة على 7، إذن 987 يقبل القسمة على 7.

- باستعمال نفس التقنية، تحقق أن العدد 2023 يقبل القسمة على العدد 7.

Exercice 3 : (5 points)

a , b et c sont les mesures d'angles aigus.

On pose : $X = \cos a$, $Y = \sin a \cos b$,

$Z = \sin a \sin b \cos c$ et $T = \sin a \sin b \sin c$

- Calculer : $U = X^2 + Y^2 + Z^2 + T^2$

القرين 3: (5 نقط)

a و b و c قياسات زوايا حادة.

نضع: $Y = \sin a \cos b$, $X = \cos a$,

$T = \sin a \sin b \sin c$ و $Z = \sin a \sin b \cos c$

- أجب: $U = X^2 + Y^2 + Z^2 + T^2$

Exercice 4 : (5 points)

ABC un triangle rectangle en A tel que $AB < AC$.

Le point I est le milieu du segment $[AB]$

Le point G est le projeté orthogonal du point I sur la droite (BC) .

- Montrer que : $CG^2 - BG^2 = AC^2$.

القرين 4: (5 نقط)

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث $AB < AC$.

النقطة I هي منتصف القطعة $[AB]$.

القطعة IG هي المسقط العمودي للنقطة I على المستقيم (BC) .

- بين أن: $CG^2 - BG^2 = AC^2$.