



الاولمبية الإقليمي للرياضيات  
2019-2020

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين  
جهة طنجة تطوان الحسيمة

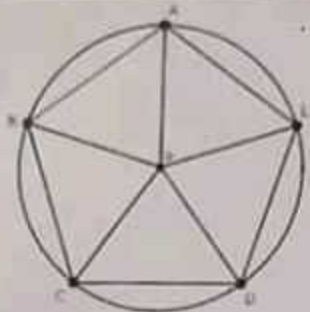
المدة ساعتان

التمرين الأول (نقطة لكل سؤال)

**Exercice 1 (1 pt x 5)**

Considérons un polygone régulier  $ABCDE$  de centre  $O$

- 1) Donner la mesure de l'angle  $\widehat{EAB}$
- 2) Donner la mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$
- 3) Donner le nombre de droites passant par deux sommets du polygone ?
- 4) Combien peut-on construire de triangle construit par trois sommets du polygone ?
- 5) Donner le nombre de droites passant par deux sommets d'un polygone régulier de six côtés et de même pour un polygone régulier de sept côtés ?



- تعتبر مضلعاً منتظماً  $ABCDE$  مركزه  $O$
- 1) اعط قياساً للزاوية  $\widehat{EAB}$
  - 2) اعط قياساً للزاوية  $\widehat{AOB}$
  - 3) كم يمكن إنشاء من مستقيم يمر برأسين من رؤوس المضلع؟
  - 4) كم مثلثاً يمكن إنشاء من رؤوس المضلع؟
  - 5) كم يمكن إنشاء من مستقيم يمر برأسين من رؤوس مضلع منتظم من ستة أضلاع و نفس السؤال في حالة مضلع منتظم من سبعة أضلاع؟

**Exercice 2 (3 points)**

Soient cinq entiers naturels parmi les entiers de l'ensemble  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Montrer que parmi les différences entre deux entiers successifs des cinq entiers, au moins deux résultats sont égaux

التمرين الثاني (3 ن)

تعتبر خمسة اعداد صحيحة طبيعية من بين اعداد المجموعة  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

نحسب الفرق بين عديدين متتابعين من الاعداد الخمسة. بين ان فرقين على الأقل متساويان

**Exercice 3 (1 point pour chaque question)**

Soient  $a, b, c$  et  $d$  quatre nombres réels strictement positifs

- 1) Comparer  $\frac{a+b}{2}$  et  $\sqrt{ab}$
- 2) Montrer que  $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$
- 3) Montrer que  $b(a^2+1) + a(b^2+1) \geq 4ab$
- 4) Montrer que  $\frac{a}{b} + \frac{b}{d} + \frac{d}{c} + \frac{c}{a} \geq 4$

التمرين الثالث (نقطة لكل سؤال)

لتكن  $d, c, b, a$  أربعة اعداد حقيقية موجبة قطعاً

- 1) قارن كلا من  $\frac{a+b}{2}$  و  $\sqrt{ab}$
- 2) بين ان  $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$
- 3) بين ان  $b(a^2+1) + a(b^2+1) \geq 4ab$
- 4) بين ان  $\frac{a}{b} + \frac{b}{d} + \frac{d}{c} + \frac{c}{a} \geq 4$

**Exercice 4 (2 points pour chaque question)**

On pose  $\alpha = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

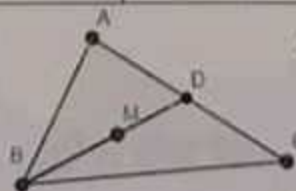
- 1) Calculer  $\alpha - \frac{1}{\alpha}$  et montrer que  $\alpha^2 + \alpha - 1 = 0$
- 2) Montrer que  $\alpha^{10} + \alpha^9 + \alpha^7 + \alpha^5 + \alpha^3 + \alpha = 1$

التمرين الرابع (نقطتان عن كل سؤال)

تعتبر العدد الحقيقي  $\alpha = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

- 1) احسب  $\alpha - \frac{1}{\alpha}$  وبين ان  $\alpha^2 + \alpha - 1 = 0$
- 2) بين ان  $\alpha^{10} + \alpha^9 + \alpha^7 + \alpha^5 + \alpha^3 + \alpha = 1$

**Exercice-5 (1 point pour chaque question)**  
Soit  $ABC$  un triangle de périmètre  $p$  et soit  $M$  un point à l'intérieure de ce triangle et  $D$  le point d'intersection de la droite  $(BM)$  et du segment  $[AC]$



- 1) Montrer que  $MA + MB + MC \geq \frac{p}{2}$
- 2) Montrer que  $MA + MB + MC \leq \frac{3}{2}p$
- 3) Montrer que  $MB + MC \leq AB + AC$
- 4) en déduire que  $MA + MB + MC \leq p$

التمرين الخامس (نقطة عن كل سؤال)

ليكن  $ABC$  مثلثاً محيطه  $p$  ولتكن  $M$  نقطة داخل المثلث وتعتبر النقطة  $D$  نقطة تقاطع المستقيم  $(BM)$  و القطعة  $[AC]$

- 1) بين ان  $MA + MB + MC \geq \frac{p}{2}$
- 2) بين ان  $MA + MB + MC \leq \frac{3}{2}p$
- 3) بين ان  $MB + MC \leq AB + AC$
- 4) استنتج ان  $MA + MB + MC \leq p$