تصحيح الاختبار الموحد رقم 2

التمرين الأول

1. نحل النظمة المقترحة بطريقة التعويض

في المعادلة الأولى ؛ لدينا $2x+y=3$ إذن $y=3-2x$

نعوض y بالقيمة $3-2x$ في المعادلة الثانية .

لدينا $\frac{3}{2}x+y=2$ إذن $\frac{3}{2}x+(3-2x)=2$

و بالتالي : $\frac{3}{2}x+3-2x=2$

و منه : $\frac{3}{2}x+\frac{6}{2}-\frac{4}{2}x=\frac{4}{2}$

" : $3x+6-4x=4$

" : $-x=4-6$

" : $-x=-2$ أي $x=2$

وبما أن $y=3-2x$ فإن $y=3-2\times 2$ إذن $y=-1$

نستنتج أن حل النظمة هو الزوج $\boxed{(2;-1)}$

2. حل المعادلة : $2x-3=\frac{3}{2}x-2$

المعادلة $2x-3=\frac{3}{2}x-2$ تعني : $\frac{4}{2}x-\frac{6}{2}=\frac{3}{2}x-\frac{4}{2}$

تعني : $4x-6=3x-4$

" : $4x-3x=6-4$

ومنه حل المعادلة هو 2 $\boxed{x=2}$

3. حل المتراجحة $f(x)\le g(x)$

المتراجحة : $3x-2\le 2x$

تعني : $3x-2x\le 2$

تعني : $x\le 2$

و بالتالي حلول المتراجحة هي الأعداد الأصغر من أو تساوي 2

4. نبين أن: $5x^2-12x+4=[f(x)]^2-[g(x)]^2$

لدينا: $[f(x)]^2-[g(x)]^2=(3x-2)^2-(2x)^2$

$=(3x)^2-2\times 3x\times 2+2^2-4x^2$

$=9x^2-12x+4-4x^2$

$\boxed{=5x^2-12x+4}$

5. حل المعادلة $5x^2-12x+4=0$

المعادلة $5x^2-12x+4=0$

تعني : $[f(x)]^2-[g(x)]^2=0$

تعني : $(3x-2)^2-(2x)^2=0$

تعني : $(3x-2+2x)(3x-2-2x)=0$

تعني : $3x-2-2x=0$ أو $3x-2+2x=0$

تعني : $x-2=0$ أو $5x-2=0$

تعني : $x=2$ أو $x=\frac{2}{5}$

و بالتالي العددان 2 و $\frac{2}{5}$ هما حلا المعادلة .

التمرين الثاني

2. * لدينا $g(x)=2x$ إذن $g(2)=2\times 2$

و بالتالي $\boxed{g(2)=4}$

* $f(x)=4$ تعني أن : $3x-2=4$

إذن: $3x=4+2$

" : $3x=6$

" : $x=\frac{6}{3}$

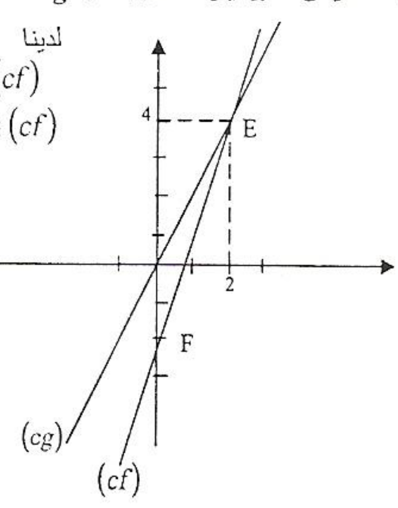
و بالتالي $\boxed{x=2}$

3. التمثيلان المبيانيان للدالتين f و g

لدينا

$E(2;4)\in(cf)$

$F(0;-2)\in(cf)$



التمرين الثالث

1. جدول الحصيصات و الحصيصات المتراكمة

النقطة	7	8	9	10	11	12	13	15
عدد التلاميذ	5	6	3	4	4	7	6	5
الحصيص المتراكم	5	11	14	18	22	29	35	40

2. النسبة المئوية للتلاميذ الحاصلين على أقل من 10

عدد التلاميذ الحاصلين على أقل من 10 هو 14

إذن النسبة المئوية للتلاميذ الحاصلين على أقل من 10 هي :

$\frac{14\times 100}{40}=\frac{1400}{40}$ أي : $\boxed{35\%}$

3. القيمة الوسطية

الحصيص الإجمالي هو 40 ونصفه 20

أصغر قيمة للميزة حصيصها المتراكم أكبر أو يساوي 20 هي 11 **إذن القيمة الوسطية هي 11**

4. المعدل الحسابي

$$M=\frac{(15\times 5)+(13\times 6)+(12\times 7)+(11\times 4)}{40}+\frac{(10\times 4)+(9\times 3)+(8\times 6)+(7\times 5)}{40}$$

$$M=\frac{75+78+84+44+40+27+48+35}{40}$$

ومنه : $\boxed{M=10,775}$

التمرين الرابع

1. حساب AB و AC و BC

لدينا : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

$AB=\sqrt{(-3-(-2))^2+(-2-2)^2}$

إذن : $AB=\sqrt{(-1)^2+(-4)^2}$

وبالتالي : $\boxed{AB=\sqrt{17}cm}$

بالمثل : $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$

و $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$

نجد بعد التطبيق العددي

$\boxed{AC=\sqrt{68}cm}$ و $\boxed{BC=\sqrt{85}cm}$

2. تحديد طبيعة المثلث ABC

لدينا : $AB^2+AC^2=(\sqrt{17})^2+(\sqrt{68})^2=17+68=85$

إذن : $AB^2+AC^2=BC^2$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن :

$\boxed{\text{المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A}}$

3. تحديد معادلة للمستقيم (AB)

*تحديد المعامل الموجه $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{-2-2}{-3-(-2)}$

يعني $a=\dfrac{-4}{-1}$ أي $a=4$

ومنه معادلة للمستقيم (AB) تكتب : $y=4x+b$

ولدينا $A\in(AB)$ إذن $y_A=4x_A+b$

وبالتالي : $2=4\times(-2)+b$

ومنه : $b=10$

نستنتج معادلة للمستقيم (AB) : $\boxed{(AB):y=4x+10}$

4. إحداثيتا النقطة F

F نقطة من محور الأراتيب إذن $x_F=0$

وبما أن $F\in(AB)$ فإن $y_F=4x_F+10$

إذن : $y_F=10$

ومنه $\boxed{F(0;10)}$

5. طبيعة المثلث ACF

نحسب AF و CF : $AF=\sqrt{(x_F-x_A)^2+(y_F-y_A)^2}$

و $CF=\sqrt{(x_F-x_C)^2+(y_F-y_C)^2}$

نجد : $AF=\sqrt{68}cm$ و $CF=\sqrt{136}cm$

وبما أن : $AC=\sqrt{68}cm$

فإن $AF=AC$

$\boxed{\text{ومنه المثلث ACF متساوي الساقين رأسه A}}$

نبين أن المثلث ACF قائم الزاوية

لدينا كذلك : $CF^2=AF^2+AC^2$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن :

$\boxed{\text{المثلث ACF قائم الزاوية في A}}$

6. أ) إحداثيتا النقطة E

المثلث ACF هو مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين فهو محاط بدائرة مركزها هو منتصف الوتر $[CF]$

إذن E منتصف القطعة $[CF]$

وبالتالي : $x_E=\dfrac{x_C+x_F}{2}$ و $y_E=\dfrac{y_C+y_F}{2}$

ومنه : $x_E=\dfrac{6+0}{2}$ و $y_E=\dfrac{0+10}{2}$

أي : $x_E=3$ و $y_E=5$

نستنتج أن :

$\boxed{E(3;5)}$

ب) شعاع الدائرة

شعاع الدائرة هو $r=\dfrac{CF}{2}$

تطبيق عددي : $r=\dfrac{CF}{2}=\dfrac{\sqrt{136}}{2}$

إذن : $r=\dfrac{2\sqrt{34}}{2}$

وبالتالي :

$\boxed{r=\sqrt{34}cm}$

ج) نبين أن O تنتمي للدائرة (ζ)

نحسب مسافة O عن مركز الدائرة (ζ) .

لدينا : $OE=\sqrt{(x_E-x_O)^2+(y_E-y_O)^2}$

إذن : $OE=\sqrt{(3-0)^2+(5-0)^2}$

وبالتالي : $OE=\sqrt{3^2+5^2}$

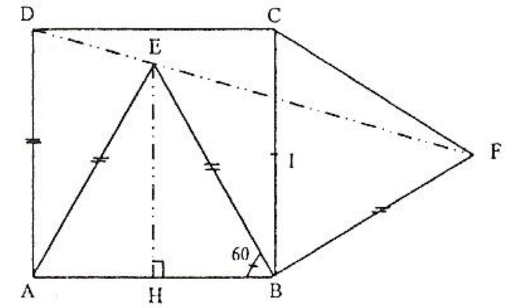
وبالتالي : $OE=\sqrt{9+25}$

ومنه : $OE=\sqrt{34}cm$

استنتاج :

$\boxed{\text{لدينا } OE=r \text{ إذن O تنتمي للدائرة } (\zeta)}$

التمرين الخامس



1. نبين أن $\vec{HE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}$

نعتبر المثلث BHE القائم الزاوية في H . حسب مبرهنة فيتاغورس : $BE^2=BH^2+HE^2$

ولدينا H المسقط العمودي ل E على (AB)

إذن: $BH=\frac{AB}{2}=\frac{BE}{2}$ وبالتالي $BE^2=\left(\frac{BE}{2}\right)^2+HE^2$

وبالتالي : $HE^2=BE^2-\left(\frac{BE}{2}\right)^2$ أي: $HE^2=\frac{3}{4}BE^2$

ومنه : $HE=\frac{\sqrt{3}}{2}BE$ إذا $HE=\frac{\sqrt{3}}{2}AD$

لدينا كذلك $(HE)\perp(AB)$

و $(AD)\perp(AB)$ إذن: $(HE)//(AD)$

ولدينا E نقطة داخل المربع . إذن المتجهتان $\vec{HE}$ و $\vec{AD}$ لهما نفس المنحى .

نستنتج أن : $\boxed{\vec{HE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}}$

1. استنتاج

لدينا : $\vec{HE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}$ إذن: $\vec{HA}+\vec{AE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}$

وبما أن H هي المسقط العمودي للنقطة E على (AB) في المثلث المتساوي الأضلاع ABE فإن H هي منتصف القطعة $[AB]$

وبالتالي $\vec{HA}=\frac{1}{2}\vec{BA}$

المتساوية : $\vec{HA}+\vec{AE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}$

تصبح : $\frac{1}{2}\vec{BA}+\vec{AE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}$

ومنه : $\vec{AE}=-\frac{1}{2}\vec{BA}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}$

يعني : $\boxed{\vec{AE}=\frac{1}{2}\vec{AB}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}}$

2. نبين أن : $\vec{AF}=\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AB}+\frac{1}{2}\vec{AD}$

لتكن I منتصف القطعة $[BC]$

لدينا : $\vec{AF}=\vec{AB}+\vec{BI}+\vec{IF}$

إذن : $\vec{AF}=\vec{AB}+\frac{\vec{BC}}{2}+\vec{IF}$

وبالتالي :

$$(1)\quad \boxed{\vec{AF}=\vec{AB}+\frac{\vec{AD}}{2}+\vec{IF}}$$

نحسب $\vec{IF}$ بدلالة $\vec{AB}$

المثلث BCF هو مثلث متساوي الأضلاع و I منتصف $[BC]$

نبين باستعمال نفس طريقة السؤال 1 أن $IF=\frac{\sqrt{3}}{2}BC$

وبالتالي $IF=\frac{\sqrt{3}}{2}AB$

لدينا كذلك $(IF)\perp(BC)$ لأن I منتصف الضلع $[BC]$ في المثلث المتساوي الأضلاع BCF

وبما أن $(AB)\perp(BC)$ فإن : $(IF)//(AB)$

وبما أن $IF=\frac{\sqrt{3}}{2}AB$ والمتجهتان $\vec{IF}$ و $\vec{AB}$ لهما نفس المنحى (لأن F خارج المربع ABCD)

فإن : $\boxed{\vec{IF}=\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AB}}\quad (2)$

نتيجة: نعوض $\vec{IF}$ ب $\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AB}$ في العلاقة (1)

نجد : $\vec{AF}=\vec{AB}+\frac{\vec{AD}}{2}+\vec{IF}$

إذن: $\vec{AF}=\vec{AB}+\frac{\vec{AD}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AB}$

وبالتالي: $\boxed{\vec{AF}=\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AB}+\frac{1}{2}\vec{AD}}$

4. كتابة $\vec{EF}$ و $\vec{ED}$ بدلالة $\vec{AB}$ و $\vec{AD}$

لدينا : $\vec{AE}=\frac{1}{2}\vec{AB}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}$

إذن : $\vec{AD}+\vec{DE}=\frac{1}{2}\vec{AB}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}$

وبالتالي : $\vec{DE}=\frac{1}{2}\vec{AB}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}-\vec{AD}$

" : $\vec{DE}=\frac{1}{2}AB+\left(\frac{\sqrt{3}-2}{2}\right)\vec{AD}$

ومنه : $\boxed{\vec{ED}=-\frac{1}{2}\vec{AB}+\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AD}}$

لدينا : $\vec{AF}=\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AB}+\frac{1}{2}\vec{AD}$

إذن : $\vec{AE}+\vec{EF}=\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AB}+\frac{1}{2}\vec{AD}$

وبالتالي : $\vec{EF}=\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AB}+\frac{1}{2}\vec{AD}-\vec{AE}$

ولدينا $\vec{AE}=\frac{1}{2}\vec{AB}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}$ إذن :

$$\vec{EF}=\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AB}+\frac{1}{2}\vec{AD}-\left(\frac{1}{2}\vec{AB}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}\right)$$

ومنه : $\vec{EF}=\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AB}+\frac{1}{2}\vec{AD}-\left(\frac{1}{2}\vec{AB}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{AD}\right)$

" : $\vec{EF}=\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)\vec{AB}+\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AD}$

ومنه : $\boxed{\vec{EF}=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AB}+\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AD}}$

5. استقامية النقط

لدينا حسب السؤال السابق

$$\vec{EF}=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AB}+\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)\vec{AD}$$

$$=\left(1+\sqrt{3}\right)\times\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\left(1+\sqrt{3}\right)\times\frac{1-\sqrt{3}}{2\left(1+\sqrt{3}\right)}\overrightarrow{AD}$$

$$=\left(1+\sqrt{3}\right)\left[\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1-\sqrt{3}}{2\left(1+\sqrt{3}\right)}\overrightarrow{AD}\right]$$

بعد حذف الجدر مربع من مقام العدد $\frac{1-\sqrt{3}}{2\left(1+\sqrt{3}\right)}$

نجد : $\frac{1-\sqrt{3}}{2\left(1+\sqrt{3}\right)}=\frac{\sqrt{3}-2}{2}$

إذا $\overrightarrow{EF}=\left(1+\sqrt{3}\right)\left[\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{\sqrt{3}-2}{2}\overrightarrow{AD}\right]$

$\overrightarrow{EF}=\left(1+\sqrt{3}\right)\overrightarrow{DE}$

وهذا يعني أن النقط D و E و F نقط مستقيمية

ملاحظة

يمكن البرهنة على استقامية النقط D و E و F بطريقة أخرى.

- المثلث ADE هو مثلث متساوي الساقين رأسه A لأن $(AD=AE)$

ونعلم أن مجموع قياسات زوايا أي مثلث يساوي $180°$ إذا :

$$\boxed{D\hat{A}E+A\hat{D}E+A\hat{E}D=180°}$$