تصحيح الامتحان الموحد رقم 3

التمرين الأول : 1/ أنشر

$$\left(1+\sqrt{5}\right)^2 = 1^2 + 2\times 1\times\sqrt{5} + \left(\sqrt{5}\right)^2 = 1 + 2\sqrt{5} + 5$$
$$\boxed{= 6 + 2\sqrt{5}}$$

استنتاج حلول المعادلة : $6+2\sqrt{5}-x^2 = 0$

$6+2\sqrt{5}-x^2 = 0$

تعني : $\left(1+\sqrt{5}\right)^2 - x^2 = 0$

$\left(1+\sqrt{5}-x\right)\times\left(1+\sqrt{5}+x\right) = 0$

يعني $1+\sqrt{5}+x = 0$ أو $1+\sqrt{5}-x = 0$

يعني $x = -1-\sqrt{5}$ أو $x = 1+\sqrt{5}$

و بالتالي حلول المعادلة هي : $\boxed{1+\sqrt{5}}$ و $\boxed{-1-\sqrt{5}}$

2/ **حل المتراجحة :** $6x - \frac{4}{3} \prec \frac{4x+1}{2} + 4(x-3)$

تعني $\frac{36x}{6} - \frac{8}{6} \prec \frac{12x+3}{6} + \frac{24(x-3)}{6}$

تعني $36x - 8 \prec 12x + 3 + 24x - 72$

تعني $36x - 12x - 24x \prec 8 + 3 - 72$

تعني $0x \prec -61$ (وهذا غير صحيح)

$\boxed{\text{وبالتالي المتراجحة ليس لها حل}}$

3/ **حلول المتراجحة** $2x - a \leq 0$ **هي الأعداد الأصغر من أو** يساوي $\frac{a}{2}$

لكي تكون حلول المتراجحة السابقة هي الأعداد الأصغر من أو تساوي 3 يكفي أن يكون $\frac{a}{2} = 3$

يعني العدد الحقيقي a يساوي : $\boxed{a = 6}$

التمرين الثاني

1- تحديد دالة تألفية تمثيلها المبياني يمر من النقطتين $R(0;1)$ و $S(-1;-2)$

أ/ **معامل الدالة التألفية**

$$a = \frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)} = \frac{1-(-2)}{1} = \frac{1+2}{1} = 3$$

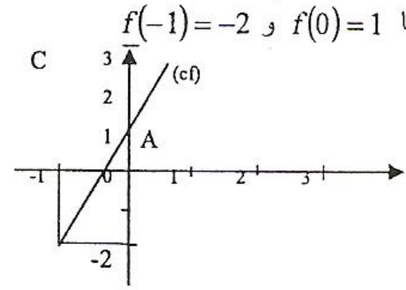
ب/ **لدينا :** $f(x) = ax + b$ و منه $f(x) = 3x + b$

و بما أن $f(0) = 1$ فإن : $0 + b = 1$ أي : $b = 1$

و منه : $\boxed{f(x) = 3x + 1}$

2- التمثيل المبياني للدالة f حيث : $f(x) = 3x+1$

لدينا $f(0) = 1$ و $f(-1) = -2$



$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 3\times\frac{1}{3} + 1 = 1 + 1 = 2$$

3- **لنبين أن : لكل عدد حقيقي x لدينا :**

$$3x^2 + 2x - 1 = \frac{1}{3}\left[\left(f(x)\right)^2 - 4\right]$$

لدينا : $\frac{1}{3}\left[\left(f(x)\right)^2 - 4\right] = \frac{1}{3}\left[(3x+1)^2 - 4\right]$

$$= \frac{1}{3}\left[\left(9x^2 + 6x + 1\right) - 4\right]$$
$$= \frac{1}{3}\left[9x^2 + 6x - 3\right]$$
$$= 3x^2 + 2x - 1$$

4- **استنتاج حلول المعادلة** $3x^2 + 2x - 1 = 0$

المعادلة $3x^2 + 2x - 1 = 0$ تعني $\frac{1}{3}\left[\left(f(x)\right)^2 - 4\right] = 0$

اي $\left(f(x)-2\right)\times\left(f(x)+2\right) = 0$

ومنه $(3x+1-2)\times(3x+1+2) = 0$

تعني $x = -1$ أو $x = \frac{1}{3}$

و بالتالي حلول المعادلة هي الأعداد $\frac{1}{3}$ و -1

التمرين الثالث :

1/ زوج إحداثيثي المتجهه $\vec{AB}$ و المسافة AB

لدينا $\vec{AB}\left(x_B - x_A ; y_B - y_A\right)$ إذا $\boxed{\vec{AB}(2;2)}$

و $AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4+4}$ و منه $\boxed{AB = \sqrt{8}cm}$

2/ **لنتحقق أن** A **تنتمي إلى المستقيم** (D)

لدينا : $-x_A + 1 = -(-2) + 1 = 2 + 1 = 3$

$-x_A + 1 = y_A$

ومنه $\boxed{A \in (D)}$

3/ **تحديد معادلة للمستقيم** (AB)

أ- **تحديد الميل :** $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-3}{0-(-2)} = \frac{2}{2} = 1$

ب- **تحديد الأرتوب عند الأصل : معادلة** (AB) تكتب على الشكل $y = x + b$ وبما أن $A \in (AB)$ فإن : $3 = -2 + b$

ومنه $b = 5$

$\boxed{\text{إذن معادلة للمستقيم } (AB) \text{ هي } (AB): y = x + 5}$

❖ **لنبين أن المستقيمين** (AB) **و** (D) **متعامدان**

المعامل الموجه للمستقيم (AB) هو 1

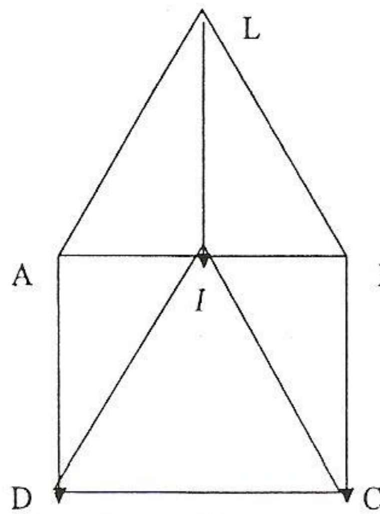
المعامل الموجه للمستقيم (D) هو -1

و لدينا $1\times(-1) = -1$

إذن $\boxed{(AB) \perp (D)}$

التمرين الرابع

الشكل



لدينا C صورة A بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{LI}$ إذن $\vec{AD}=\vec{LI}$

لدينا D صورة B بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{LI}$ إذن $\vec{BC}=\vec{LI}$

و بالتالي $\vec{AD}=\vec{BC}$ و منه الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع

وبما أن LAB متساوي الساقين في L و I منتصف $[AB]$.

فإن $(LI)\perp(AB)$

و حيث أن : $\vec{BC}=\vec{LI}$ فإن $(LI)//(BC)$

إذن $(AB)\perp(BC)$

نستنتج أن $ABCD$ متوازي أضلاع له زاوية قائمة

$\boxed{\text{فهو إذن مستطيل}}$

التمرين الخامس

1. **معدل الأهداف المسجلة من طرف الفريق هو :**

$$M=\frac{(0\times5)+(1\times7)+(2\times3)+(3\times3)+(4\times2)}{20}$$

$$M=\frac{0+7+6+9+8}{20}=\frac{30}{20}$$

$$\boxed{M=1,5}$$

2. **القيمة الوسطية لهذه المتسلسلة الإحصائية هي :**

ننشئ جدول الحصيصات المتراكمة أولا

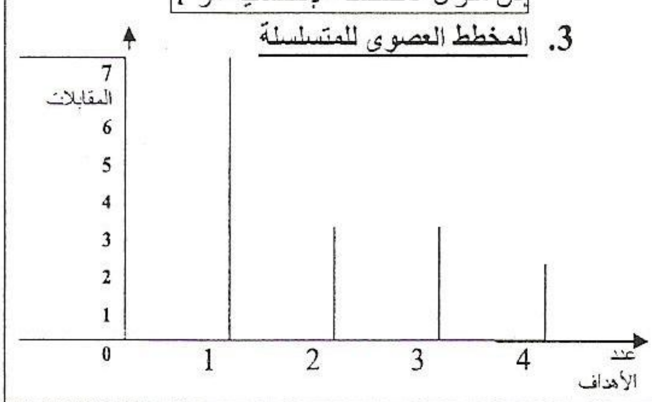
المصيص الإجمالي هو $N=20$ و نصفه 10

أصغر قيمة الميزة التي حصيصها المتراكم أكبر أو يساوي نصف الحصيص الإجمالي هي 1 . $\boxed{\text{إذن القيمة الوسطية هي 1}}$

قيمة الميزة التي لها أكبر حصيص هي 1

$\boxed{\text{إذن منوال المتسلسلة الإحصائية هو 1}}$

3. **المخطط العصوي للمتسلسلة**



التمرين السادس

1. المستقيم (AB) عمودي على المستقيمين (BD) و (BC)

(لأن المثلثين ABD و ABC قائمي الزاوية في B)

$\boxed{\text{إذن المستقيم } (AB) \text{ عمودي على المستوى } (BCD)}$

2. * المثلث BCD متساوي الساقين رأسه B و M منتصف $[DC]$ إذن $[BM]$ ارتفاع للمثلث BCD .

و منه المثلث BCM قائم الزاوية في M

حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة

$$BM^2=BC^2+CM^2$$

نجد : $\boxed{BM=\sqrt{5}cm}$

- المستقيم (AB) عمودي على المستوى (BCD)

إذن (AB) عمودي على (BM)

نستعمل مبرهنة فيتاغورس المباشرة في المثلث القائم الزاوية ABM

فنجد :

$$AM^2=AB^2+BM^2$$

$$AM^2=4^2+\left(\sqrt{5}\right)^2$$

إذن $\boxed{AM=\sqrt{21}cm}$

3. **حجم رباعي الأوجه $ABCD$**

$$v=\frac{1}{3}S_{BCD}\times AB=\frac{1}{3}\times\frac{CD\times BM}{2}\times AB$$

$$v=\frac{1}{3}\times\frac{4\sqrt{5}}{2}\times4$$

و منه $\boxed{v=\frac{8\sqrt{5}}{3}cm^3}$

4. **المجسم المحصل عليه بعد تكبير رباعي الأوجه $ABCD$ هو أيضا رباعي أوجه**

حجم هذا المجسم هو :

$V=K^3v$ حيث K هي نسبة التكبير

$$V=\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^3\times\frac{8\sqrt{5}}{3}$$

$$V=\frac{15\sqrt{15}}{8}\times\frac{8\sqrt{5}}{3}$$

$$V=5\sqrt{15}\sqrt{5}=5\sqrt{5}\sqrt{3}\sqrt{5}$$

ومنه $\boxed{V=25\sqrt{3}cm^3}$