تمرين 1

EFG مثلث قائم الزاوية في E بحيث:

$EF=\sqrt{3}$ و $EG=1$.

1. أحسب FG .
2. أحسب النسب المثلثية للزاوية $\widehat{G}$.
3. استنتج قياس الزاوية $\widehat{G}$.

تمرين 2

x قياس زاوية حادة بحيث $\sin x=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

أحسب $\cos x$ ، ثم استنتج أن: $tg\,x=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

تمرين 3

بسط الأعداد التالية:

$A=\cos^2 35^\circ+\sin^2 33^\circ+\sin^2 35^\circ+\cos^2 33^\circ$

$B=\cos^2 15^\circ+\cos^2 75^\circ-2tg35^\circ\times tg55^\circ$

$C=\sin 25^\circ-\sin 65^\circ+\cos 25^\circ-\cos 65^\circ$

تمرين 4

x قياس زاوية حادة بحيث $\cos x=\frac{10}{11}$.

بين أن: $\sin x=\frac{\sqrt{21}}{11}$ ، ثم استنتج $tg\,x$.

تمرين 5

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A بحيث $AB=\sqrt{3}$ و $tg\,\widehat{B}=\sqrt{2}$.

1. برهن أن: $AC=\sqrt{6}$.
2. أحسب المسافة BC.
3. أحسب $\sin\widehat{B}$ و $\cos\widehat{B}$.

تمرين 6

ABCمثلث قائم الزاوية في A بحيث

$AB=6$ و $\cos\widehat{B}=\frac{12}{13}$.

1. أحسب $\sin\widehat{B}$ و $tg\,\widehat{B}$.
2. أحسب BC و AC.
3. اعط النسب المثلثية للزاوية $\widehat{C}$.
4. حدد قيمة مقربة للزاوية $\widehat{C}$.

تمرين 7

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث

$AB=3$ و $BC=5$.

1. بين أن: $AC=4$.
2. أحسب النسب المثلثية للزاوية $\widehat{C}$.
3. لتكن E نقطة من $[BC]$ بحيث $CE=3$ ، و H المسقط العمودي ل E على (AC).

أحسب EH و HC.

تمرين 8

x قياس زاوية حادة غير منعدمة.

بين ما يلي:

$\sin^4 x-\cos^4 x=\sin^2 x-\cos^2 x$

$tg^2x-\sin^2 x=tg^2x\times\sin^2 x$

$-1<\sin x-\cos x<1$

تمرين 9

ABC مثلث جميع زواياه حادة.

لتكن H المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB).

1. ارسم شكلا مناسبا.
2. بين أن: $HC=AC\times\sin\widehat{BAC}$

و $HB=AB-AC\times\cos\widehat{BAC}$.

3. بين أن:

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\times AC\times\cos\widehat{BAC}$.

4. في حالة المثلث ABC قائم الزاوية في A ، ماذا تستنتج؟
5. لتكن S مساحة المثلث ABC .

بين أن: $S=\frac{1}{2}AB\times AC\times\sin\widehat{BAC}$.

6. بين أن: $\frac{\sin\widehat{BAC}}{BC}=\frac{\sin\widehat{ABC}}{AC}=\frac{\sin\widehat{ACB}}{AB}$.
7. لتكن K المسقط العمودي ل A على المستقيم (BC)

و M منتصف القطعة $[BC]$.

بين أن: $AB^2+AC^2=2AM^2+\frac{1}{2}BC^2$.

8. برهن على ما يلي:

$0<AB+AC-BC<2\sqrt{AB\times AC}$

$\sqrt{(AB+AC+BC)\left(\sin\widehat{A}+\sin\widehat{B}+\sin\widehat{C}\right)}=....$

$.....\sqrt{AB\times\sin\widehat{C}}+\sqrt{AC\times\sin\widehat{B}}+\sqrt{BC\times\sin\widehat{A}}$

$\sqrt{\sin\widehat{A}+\sin\widehat{B}+\sin\widehat{C}}<\sqrt{\sin\widehat{A}}+\sqrt{\sin\widehat{B}}+\sqrt{\sin\widehat{C}}$

تمرين 10

x عدد حقيقي حيث $5\le x\le 7$.

نعتبر التعبير التالي: $E=x^2-2x-8$.

1. أطر التعبير E.
2. تحقق من أن: $E=(x-4)(x+2)$ ثم استنتج تأطيرا آخر للتعبير E.
3. تحقق من أن: $E=(x-1)^2-9$ ثم استنتج تأطيرا آخر للتعبير E.
4. حدد أدق تأطير للتعبير E.

تمرين 11

x و y عددان حقيقيان بحيث $4\sqrt{5} \le x \le 5\sqrt{5}$ و $y = x - 3\sqrt{5}$.

1. قارن العددين x و y.
2. تحقق من أن: $\sqrt{5} \le y \le 2\sqrt{5}$.
3. أطر التعابير التالية: $x+y$; $x-y$; xy ; $\frac{x}{y}$.

تمرين 12

x و y عددان حقيقيان بحيث:

$-4 \le x \le -1$ و $5 \le y \le 9$.

اطر التعابير التالية:

$x+y$; $x-y$; x^2+y^2 ; xy ; $\frac{x}{y}$; $\frac{x^2}{y^2-2xy}$.

تمرين 13

n عدد صحيح طبيعي.

1. بسط التعبير التالي: $n(n+2)-(n+1)^2$.
2. استنتج أن: $\frac{n}{n+1} < \frac{n+1}{n+2}$.
3. نعتبر العددين: $A = \frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\cdots\times\frac{97}{98}\times\frac{99}{100}$

و $B = \frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times\cdots\times\frac{96}{97}\times\frac{98}{99}$.

أ. بين أن: $A < B$.

ب. احسب الجداء $A\times B$.

ج. استنتج أن: $A < \frac{1}{10} < B$.

تمرين 14

احسب الجداء التالي:

$tg1^\circ \times tg2^\circ \times tg3^\circ \times \ldots \times tg88^\circ \times tg89^\circ$.

تمرين 15

ABC مثلث معلوم و M منتصف القطعة $[BC]$.

لتكن O نقطة من القطعة $[AM]$ الموازي للمستقيم (AB) المار من O يقطع (BC) في E و الموازي ل (AC) المار من O يقطع (BC) في F.

1. قارن النسب $\frac{CF}{CM}$ و $\frac{AO}{AM}$ و $\frac{BE}{BM}$ ثم استنتج أن $BE = CF$.
2. المستقيم (OE) يقطع (AC) في J و المستقيم (OF) يقطع (AB) في I.

بين أن: $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$ ثم استنتج أن $(IJ)//(BC)$.

تمرين 16

الهدف من التمرين هو أن نحسب القيم المضبوطة للنسب المثلثية لزاوية حادة قياسها 15°.

$ACDE$ مربع قياس طول حرفه $2cm$.

1. أنشئ المثلث ABC متساوي الأضلاع داخل المربع $ACDE$.
2. برهن أن المثلث ABE متساوي الساقين.
3. بين أن: $\widehat{BED} = 15^\circ$.

لتكن H المسقط العمودي ل B على (ED).

4. أحسب كل من BH و EB.
5. بين أن:

$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ و $tg15^\circ = 2-\sqrt{3}$.

6. استنتج القيمة المضبوطة ل $\sin 15^\circ$.

تمرين 17

الهدف من التمرين هو أن نحسب القيم المضبوطة للنسب المثلثية لزاوية حادة قياسها $22,5^\circ$.

ABC مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين رأسه B حيث $AC = 6cm$.

لتكن O منتصف القطعة $[AC]$.

المنصف الداخلي للزاوية $\widehat{BAC}$ يقطع (BO) في E.

1. أنشئ الشكل.
2. بين أن: $AB = 3\sqrt{2}cm$.
3. حدد قياس الزاوية $\widehat{OAE}$.
4. بين أن: $OE = 3\left(\sqrt{2}-1\right)$.
5. استنتج أن: $BE = 3\left(2-\sqrt{2}\right)$.
6. بين أن: $AE = 3\sqrt{4-2\sqrt{2}}$.
7. أثبت ما يلي:

$\cos 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

$\sin 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

$tg22,5^\circ = \sqrt{2}-1$

8. تحقق من أن:

$\sin 45^\circ = 2\sin 22,5^\circ \times \cos 22,5^\circ$.