

# أولمبياد الرياضيات الفرض الثالث

السبت 1 أبريل 2006 من الساعة 14 و 30 د إلى الساعة 17 و 30 د

## التمرين الأول

(1)  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان.

$$\text{بين أن } \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

(2)  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية بحيث  $a \geq -\frac{1}{4}$  و  $b \geq -\frac{1}{4}$  و  $c \geq -\frac{1}{4}$  و  $a+b+c=1$

$$\text{بين أن } \sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} \leq 5$$

## التمرين الثاني

نعتبر الدالة  $f$  التي تحقق  $f(x+1) \leq x \leq f(x)+1$  لكل عدد حقيقي  $x$ .

$$(1) \text{ بين أن } f(x) \leq x-1 \leq f(x)$$

$$(2) \text{ استنتج تعبير } f(x)$$

## التمرين الثالث

ABCD متوازي أضلاع معلوم . لتكن M مائلة A بالنسبة للنقطة B و N منتصف

القطعة [BC]

باختيار معلم مناسب بين أن النقط M و N و D مستقيمية.