

تصحيح الفرض المنزلي رقم 3

$$\frac{1 - \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta} = 5 \quad \text{أي} \quad \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} = 5 \quad \text{أي}$$

$$1 - \cos^2 \beta = 5 \cos^2 \beta \quad \text{أي}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{6}}{6} \quad \text{أي} \quad 6 \cos^2 \beta = 1 \quad \text{أي}$$

$$\sin \beta = \tan \beta \times \cos \beta \quad \text{أي} \quad \tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} *$$

$$\sin \beta = \sqrt{5} \times \frac{\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{30}}{6} = \sqrt{\frac{5}{6}} \quad \text{أي}$$

4. لنبسّط التعابير التالية :

$$X = \sqrt{2(1 - \sin x)} \times \sqrt{8(1 + \sin x)} \quad \text{لدينا}$$

$$X = \sqrt{2(1 - \sin x) \times 8(1 + \sin x)} \quad \text{أي}$$

$$X = \sqrt{16(1 - \sin^2 x)} \quad \text{أي}$$

$$X = \sqrt{16 \cos^2 x} \quad \text{أي}$$

$$X = 4 \cos x \quad \text{أي}$$

$$Y = \cos^2 x + \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

$$Y = \cos^2 x + \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}$$

$$Y = \cos^2 x + \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}}$$

$$Y = \cos^2 x + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x}$$

$$Y = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$Z = 3 \cos^2 14^\circ - 2 \cos^2 65^\circ + 3 \cos^2 76^\circ - 2 \cos^2 25^\circ$$

$$Z = 3(\cos^2 14^\circ + \cos^2 76^\circ) - 2(\cos^2 65^\circ + \cos^2 25^\circ)$$

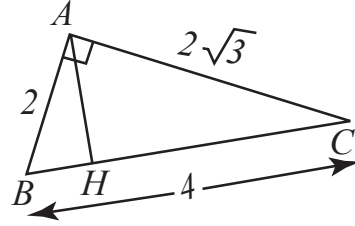
$$Z = 3(\cos^2 14^\circ + \sin^2 14^\circ) - 2(\cos^2 65^\circ + \sin^2 65^\circ)$$

$$Z = 3 \times 1 - 2 \times 1 = 1$$

5. لنحل المعادلات التالية :

التمرين الأول

1.



أ. لدينا $BC > AC > AB$. إذن $[BC]$ من الفترض

أن يكون هو الوتر. لنقارن $AB^2 + AC^2$ و BC^2

$$AB^2 + AC^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 4 + 12 = 16$$

$$BC^2 = 4^2 = 16 \quad \text{و}$$

إذن $AB^2 + AC^2 = BC^2$ وحسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في A .

ب.

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

ج. حسب جدول النسب المثلثية للزوايا المشهورة فإن

$$\hat{B} = 60^\circ \quad \text{ومنه فإن} \quad \hat{C} = 30^\circ$$

د. في المثلث ABH قائم الزاوية في H لدينا :

$$\text{أي} \quad \sin \hat{B} = \frac{AH}{AB}$$

$$AH = AB \times \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

2. لدينا $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ أي $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \quad \text{إذن}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4} \quad \text{و}$$

3. لدينا $\tan \beta = \sqrt{5}$

$$\tan^2 \beta = 5 \quad \text{أي}$$

$$\widehat{ACD} = 180^\circ - \widehat{CAD} - \widehat{CDA} \quad \text{أي}$$

$$\widehat{ACD} = 180^\circ - 19^\circ - 45^\circ \quad \text{أي}$$

$$\boxed{\widehat{ACD} = 116^\circ} \quad \text{إذن}$$

التمرين الثالث

لنؤطر $x + y$

$$\boxed{1 \leq x + y \leq 3} \quad \text{لدينا } 4 \leq y \leq 5 \text{ و } -3 \leq x \leq -2 \text{ إذن}$$

لنؤطر $x - y$

$$\text{لنؤطر أولا } -y \text{ : لدينا } 4 \leq y \leq 5 \text{ أي } -5 \leq -y \leq -4$$

$$\boxed{-8 \leq x - y \leq -6} \quad \text{إذن}$$

لنؤطر xy

$$\text{لدينا } 2 \leq -x \leq 3 \text{ و } 4 \leq y \leq 5 \text{ إذن } 8 \leq -xy \leq 15$$

$$\boxed{-15 \leq xy \leq -8} \quad \text{إذن}$$

لنؤطر $\frac{x}{y}$

$$\text{لدينا } 2 \leq -x \leq 3 \text{ و } 4 \leq y \leq 5 \text{ أي } \frac{1}{5} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{4}$$

$$\boxed{-\frac{3}{4} \leq \frac{x}{y} \leq -\frac{2}{5}} \quad \text{أي } \frac{2}{5} \leq \frac{-x}{y} \leq \frac{3}{4} \text{ إذن}$$

لنؤطر $x^2 - y^2$

$$\text{لدينا } 2 \leq -x \leq 3 \text{ أي } 2^2 \leq (-x)^2 \leq 3^2$$

$$\text{أي } 4 \leq x^2 \leq 9$$

$$\text{و } 16 \leq y^2 \leq 25 \text{ أي } -25 \leq -y^2 \leq -16$$

$$\boxed{-21 \leq x^2 - y^2 \leq -7} \quad \text{إذن}$$

لنؤطر $\frac{x^2 - y^2}{xy}$

$$\text{لدينا } -15 \leq xy \leq -8 \text{ أي } -\frac{1}{8} \leq \frac{1}{xy} \leq -\frac{1}{15}$$

$$\text{أي } \frac{1}{15} \leq -\frac{1}{xy} \leq \frac{1}{8} \text{ و } 7 \leq -(x^2 - y^2) \leq 21$$

$$\text{أي } \frac{7}{15} \leq \frac{-(x^2 - y^2)}{-xy} \leq \frac{21}{8}$$

$$\boxed{\frac{7}{15} \leq \frac{x^2 - y^2}{-xy} \leq \frac{21}{8}} \quad \text{إذن}$$

$$\cos x = \sin 18^\circ \quad \text{لدينا}$$

$$\cos x = \cos(90^\circ - 18^\circ) \quad \text{أي}$$

$$\cos x = \cos 72^\circ \quad \text{أي}$$

$$x = 72^\circ \quad \text{أي}$$

إذن حل المعادلة (1) هو $\boxed{x = 72^\circ}$

$$4 \cos x = 2\sqrt{3} \quad \text{لدينا}$$

$$\cos x = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{أي}$$

وحسب جدول النسب المثلثية للزوايا المشهورة :

$$\cos x = \cos 30^\circ \text{ إذن } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{أي } x = 30^\circ$$

إذن حل المعادلة (2) هو $\boxed{x = 30^\circ}$

$$\tan x \times \sin x - \sqrt{3} \sin x = 0 \quad \text{لدينا}$$

$$\sin x (\tan x - \sqrt{3}) = 0 \quad \text{أي}$$

$$\sin x = 0 \text{ أو } \tan x - \sqrt{3} = 0 \quad \text{أي}$$

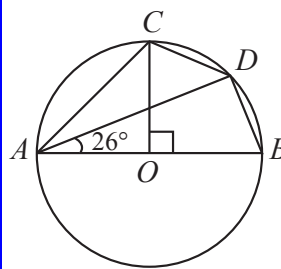
$$\sin x = \sin 0^\circ \text{ أو } \tan x = \tan 60^\circ \quad \text{أي}$$

$$\text{أي } x = 0^\circ \text{ أو } x = 60^\circ$$

إذن حل المعادلة (3) هو $\boxed{x = 60^\circ}$ أو $\boxed{x = 0^\circ}$

التمرين الثاني

1.



لدينا : الزاوية المركزية \widehat{COB} والزاوية المحيطية \widehat{CAB} تحصران نفس القوس \widehat{CB} .

$$\widehat{CAB} = \frac{\widehat{COB}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \quad \text{إذن}$$

$$\widehat{CAD} + \widehat{DAB} = 45^\circ \quad \text{إذن}$$

$$\widehat{CAD} + 26^\circ = 45^\circ \text{ أي } \widehat{CAD} = 45^\circ - 26^\circ$$

$$\boxed{\widehat{CAD} = 19^\circ} \quad \text{إذن}$$

لدينا أيضا : الزاوية المركزية \widehat{COA} والزاوية المحيطية \widehat{CDA} تحصران نفس القوس \widehat{CA}

$$\boxed{\widehat{CDA} = \frac{\widehat{COA}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ} \quad \text{إذن}$$

$$\widehat{CAD} + \widehat{ACD} + \widehat{CDA} = 180^\circ \quad \text{لدينا}$$

$$-1 \leq a \leq \frac{1}{2} \quad \text{لنبين أن } 2$$

$$1 \leq \sqrt{2a+3} \leq 2 \quad \text{لدينا}$$

$$1^2 \leq (\sqrt{2a+3})^2 \leq 2^2 \quad \text{أي}$$

$$1 \leq 2a+3 \leq 4 \quad \text{أي}$$

$$1-3 \leq 2a+3-3 \leq 4-3 \quad \text{أي}$$

$$-2 \leq 2a \leq 1 \quad \text{أي}$$

$$\boxed{-1 \leq a \leq \frac{1}{2}} \quad \text{أي}$$

$$1 \leq b \leq 2 \quad \text{لنبين أن}$$

$$-2 \leq 4-3b \leq 1 \quad \text{لدينا}$$

$$-2-4 \leq 4-3b-4 \leq 1-4 \quad \text{أي}$$

$$-6 \leq -3b \leq -3 \quad \text{أي}$$

$$\frac{-6}{3} \leq -b \leq \frac{-3}{3} \quad \text{أي}$$

$$-2 \leq -b \leq -1 \quad \text{أي}$$

$$\boxed{1 \leq b \leq 2} \quad \text{إذن}$$

لنؤطر ab

$$0 \leq a \leq \frac{1}{2} \quad \text{لدينا} \quad -1 \leq a \leq \frac{1}{2} \quad \text{يعني أن } -1 \leq a \leq 0 \quad \text{و } 0 \leq a \leq \frac{1}{2}$$

• إذا كان $-1 \leq a \leq 0$ و $1 \leq b \leq 2$ فإن

$$1 \leq b \leq 2 \quad \text{و } 0 \leq -a \leq 1$$

$$(1) \quad -2 \leq ab \leq 0 \quad \text{أي } 0 \leq -ab \leq 2$$

• إذا كان $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$ و $1 \leq b \leq 2$ فإن

$$(2) \quad 0 \leq ab \leq 1$$

$$\boxed{-2 \leq ab \leq 1} \quad : (1) \quad \text{و } (2)$$