تصحيح السلسلة رقم 4

التمرين الأول

1. لدينا x و y و z أعداد متناسبة على التوالي مع 3 و 2 − و 5 يعني أن $\frac{x}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{5}$

يعني أن $\frac{x}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{5}=\frac{-x+3y+2z}{-3-6+10}=\frac{5}{1}=5$ يعني أن $\boxed{x=15}$ و $\boxed{y=-10}$ و $\boxed{z=25}$

2. لدينا $\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$ يعني أن $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}$ يعني أن $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{x+y}{5}=\frac{2x+3y}{12}$ إذن $\boxed{a=\frac{2x+3y}{x+y}=\frac{12}{5}}$

3. ليكن x و y و z قياسات زوايا المثلث، إذن $x+y+z=180°$. وبما أن x و y و z أعداد متناسبة على التوالي مع 2 و 3 و 5 فإن $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}$ أي $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=\frac{x+y+z}{10}=\frac{180}{10}=18$

إذن $\boxed{x=36°}$ و $\boxed{y=54°}$ و $\boxed{z=90°}$

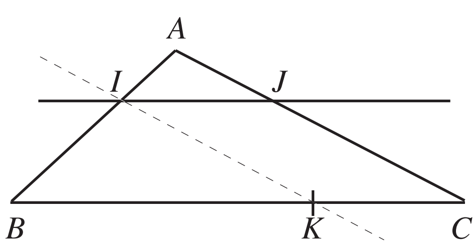
4. x و y متناسبان على التوالي مع 3 و 2 يعني أن $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}$ يعني أن $\left(\frac{x}{3}\right)^2=\left(\frac{y}{2}\right)^2$ أي $\frac{x^2}{9}=\frac{y^2}{4}$

يعني أن $\frac{x^2}{9}=\frac{y^2}{4}=\frac{x^2+y^2}{13}=\frac{26}{13}=2$. إذن $x^2=18$ يعني أن $\boxed{x=\sqrt{18}=3\sqrt{2}}$ أو $\boxed{x=-3\sqrt{2}}$

و $y^2=8$ يعني أن $\boxed{y=\sqrt{8}=2\sqrt{2}}$ أو $\boxed{x=-2\sqrt{2}}$

التمرين الثاني

1. أنظر الشكل



2. لنحسب AJ

لنعتبر المثلث ABC، $I\in[AB]$ و $J\in[AC]$ بحيث $(IJ)//(BC)$

إذن حسب م . ط . م فإن $\frac{AJ}{AC}=\frac{AI}{AB}$ أي $AJ=\frac{AI\times AC}{AB}$

ت . ع : $\boxed{AJ=\frac{1\times 4{,}5}{3}=1{,}5\,\text{cm}}$

لنحسب IJ

لنعتبر المثلث ABC، $I\in[AB]$ و $J\in[AC]$ بحيث $(IJ)//(BC)$

إذن حسب م . ط . م فإن $\frac{IJ}{BC}=\frac{AI}{AB}$ أي $IJ=\frac{AI\times BC}{AB}$

ت . ع : $\boxed{IJ=\frac{1\times 6}{3}=2\,\text{cm}}$

3. لنبين أن $(IK)//(AC)$: لنقارن $\frac{BI}{BA}$ و $\frac{BK}{BC}$. لدينا : $\frac{BI}{BA}=\frac{2}{3}$ و $\frac{BK}{BC}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

لدينا في المثلث BCA : $I\in[BA]$ و $K\in[BC]$ بحيث $\frac{BK}{BC}=\frac{BI}{BA}$

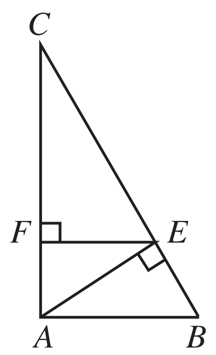
إذن حسب م . ط . ع فإن $\boxed{(IK)//(AC)}$

التمرين الثالث

1. لإنشاء قطعة طولها $\sqrt{3}$، ننشئ المثلث ABC قائم الزاوية في A بحيث $AB=1$ و $BC=2$

إذن ح . م . ف . م فإن $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$

2. .



أ. لنحدد طبيعة المثلث ABC. لنقارن AB^2+AC^2 و BC^2.

$$AB^2+AC^2=2^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2=4+12=16$$

و $BC^2=4^2=16$، إذن $AB^2+AC^2=BC^2$

و ح . م . ف . ع فإن المثلث ABC قائم الزاوية في A.

ب. أنظر الشكل

ج. لدينا $\cos\hat{B}=\frac{BE}{AB}=\frac{AB}{BC}$ إذن $\boxed{BE=\frac{AB^2}{BC}=\frac{4}{4}=1}$

د. لدينا F المسقط العمودي للنقطة E على (AC)، إذن $(AC)\perp(EF)$

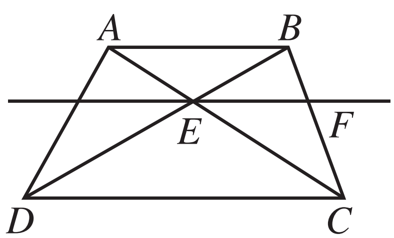
و بما أن $(AC)\perp(AB)$ فإن $(AB)//(EF)$

في المثلث CAB : $E\in[CB]$ و $F\in[CA]$ بحيث $(AB)//(EF)$

إذن ح . م . ط. م فإن $\frac{CE}{CB}=\frac{EF}{AB}$ أي $\boxed{EF=\frac{CE\times AB}{CB}=\frac{3\times 2}{4}=1{,}5\text{ cm}}$

التمرين الرابع

1. أنظر الشكل



2. لنبين أن $\frac{EF}{AB}+\frac{EF}{CD}=1$.

لنعتبر المثلث BDC : $E\in[BD]$ و $F\in[BC]$ بحيث $(EF)//(DC)$

إذن ح . م . ط . م فإن $\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{CD}$ (1) (لأن $DC=CD$)

لنعتبر المثلث CBA : $E\in[CA]$ و $F\in[CB]$ بحيث $(EF)//(AB)$

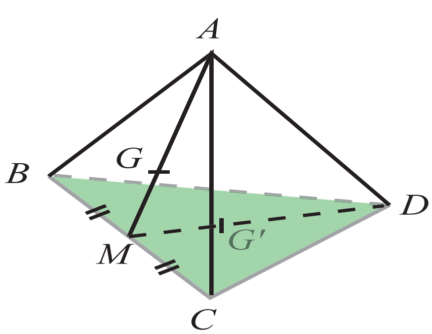
إذن ح . م . ط . م فإن $\frac{CF}{BC}=\frac{EF}{AB}$ (2) (لأن $CB=BC$)

$(1)+(2)$: $\frac{EF}{AB}+\frac{EF}{CD}=\frac{CF}{BC}+\frac{BF}{BC}=\frac{CF+BF}{BC}=\frac{CF+FB}{BC}$

وبما أن $F\in[BC]$ فإن $CF+FB=CB=BC$ ومنه فإن $\boxed{\frac{EF}{AB}+\frac{EF}{CD}=\frac{BC}{BC}=1}$ (3)

3. من العلاقة (3) : $\frac{EF}{AB}+\frac{EF}{CD}=EF\left(\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}\right)=1$ أي $\boxed{\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{1}{EF}}$

التمرين الخامس



لنعتبر المثلث MAD : $G\in[MA]$ و $G'\in[MD]$ (1)

إذن لكي يكون $(GG')//(AD)$ يجب أن يكون $\frac{MG}{MA}=\frac{MG'}{MD}$ أو $\frac{MG}{GA}=\frac{MG'}{G'D}$

لنقارن $\frac{MG}{MA}$ و $\frac{MG'}{MD}$

لدينا G مركز ثقل المثلث ABC، إذن $MG=\frac{1}{3}MA$ أي $\frac{MG}{MA}=\frac{1}{3}$

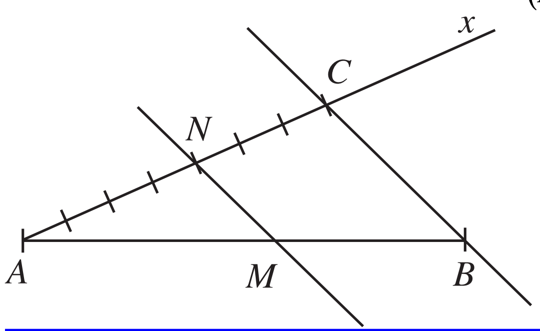
لدينا G' مركز ثقل المثلث DBC، إذن $MG'=\frac{1}{3}MD$ أي $\frac{MG'}{MD}=\frac{1}{3}$

إذن $\frac{MG}{MA}=\frac{MG'}{MD}$ (2)

من (1) و (2) وح . م . ط . ع فإن $(GG')//(AD)$

التمرين السادس

- ⇦ ننشئ قطعة $[AB]$
- ⇦ ننشئ نصف المستقيم $[Ax)$.
- ⇦ ننشئ على نصف المستقيم $[Ax)$ سبع قطع متقايسة بواسطة البركار (طول القطع ليس له تأثير على النتيجة)
- ⇦ ننشئ المستقيم (CB) . المستقيم المار من النقطة N والموازي للمستقيم (CB) يقطع $[AB]$ في M (أنظر الشكل)

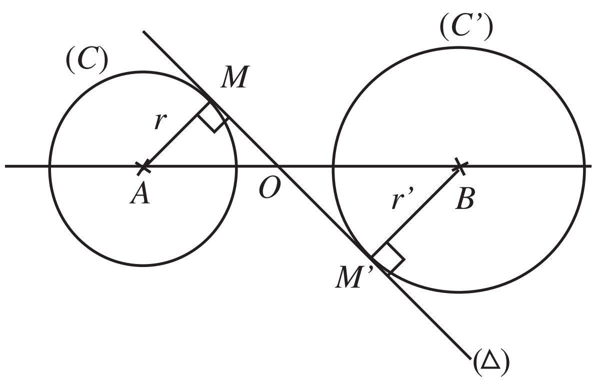


لنعتبر المثلث ABC : $M \in [AB]$ و $N \in [AC]$ بحيث $(MN)//(BC)$

إذن ح . م . ط . م فإن $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

لدينا $\frac{AN}{AC} = \frac{4}{7}$ (حسب الشكل) ومنه فإن $\frac{AM}{AB} = \frac{4}{7}$

التمرين السابع



1. لنبين أن $(AM)//(BM')$

لدينا (Δ) مما س الدائرة (ζ) في النقطة M

إذن $(AM) \perp (\Delta)$ (1)

لدينا (Δ) مما س الدائرة (ζ') في النقطة M'

إذن $(BM') \perp (\Delta)$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن $\boxed{(AM)//(BM')}$

2. لنحسب OA و OB :

لدينا (Δ) و (AB) مستقيمان متقاطعان في النقطة O.

النقط O و M و M' تنتمي إلى (Δ) والنقط O و A و B تنتمي إلى (AB) بحيث $\boxed{(AM)//(BM')}$

إذن ح . م . ط . م فإن $\frac{OA}{OB} = \frac{AM}{BM'} = \frac{r}{r'}$ أي $\frac{OA}{OB} = \frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$

إذن $\frac{OA}{OB} = \frac{3}{4}$ أي $OA = \frac{3 \times OB}{4}$ ولدينا أيضا $OA + OB = 5$ (3) $\left(O \in [AB] \text{ لأن}\right)$

من العلاقة (3) : $\frac{3 \times OB}{4} + OB = 5$ أي $\boxed{OB = \frac{20}{7}}$ ومنه فإن $\boxed{OA = \frac{15}{7}}$

طريقة أخرى : استعمال خصائص التناسبية

لدينا : $\frac{OA}{OB} = \frac{3}{4}$ يعني أن $\frac{OA}{3} = \frac{OB}{4} = \frac{OA+OB}{3+4} = \frac{5}{7}$

إذن $\boxed{OA = \frac{3 \times 5}{7} = \frac{15}{7}}$ و $\boxed{OB = \frac{4 \times 5}{7} = \frac{20}{7}}$