CORRECTION DE L'EPREUVE MATHEMATIQUE

Faite Par Mr : ELBARAKA ABDELMOUNAIM

التمرين الأول (1):

1) حل المعادلتين التاليتين:

أ- لدينا : $\frac{x-1}{3}+\frac{x+1}{4}=\frac{1}{2}$

يعني $\frac{4(x-1)+3(x+1)}{12}=\frac{1}{2}$

يعني : $\frac{4x-4+3x+3}{12}=\frac{1}{2}$

يعني : $7x-1=6$

يعني : $7x=6+1$

يعني : $7x=7$

أي أن : $\boxed{x=1}$

ومنه 1 هو حل لهذه المعادلة.

ب-لدينا : $x^2-\frac{1}{4}=0$

يعني : $x^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=0$

يعني : $x^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$

إذن : $\boxed{x=\frac{1}{2}}$ أو $\boxed{x=\frac{-1}{2}}$

ومنه $\frac{-1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ هما حلان لهذه المعادلة.

2) حل المتراجحة التالية:

لدينا : $-5x+3\le 0$

يعني : $-5x\le -3$

إذن: $x\ge\frac{3}{5}$

ومنه الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $\frac{3}{5}$ هي حل لهذه المتراجحة.

3) لتكن :

x: عدد الكرات الصنف الأول.

إذن من خلال معطيات السؤال

نستنتج أن : $\begin{cases} x+y=45 \\ x=\frac{2}{3}y \end{cases}$

نعوض العلاقة (2) في (1)

فنحصل على المعادلة التالية:

$\frac{2}{3}y+y=45$

يعني: $y\left(\frac{2}{3}+1\right)=45$

يعني : $y\frac{5}{3}=45$

يعني : $y=45\times\frac{3}{5}$

يعني : $y=9\times 3$

إذن : $\boxed{y=27}$.

نعوض قيمة y في العلاقة

(2): فنستنتج أن $\boxed{x=18}$

وبالتالي عدد كرات الصنف الأول هو 18.

وعدد كرات الصنف الثاني هو 27.

تمرين الثاني(2):

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد وممنظم نعتبر:

☜ المستقيم (D) معادلته المختصرة :

$y=-x+3$.

☜ النقط $A(2,5)$ و $B(1,2)$ و $C(-1,4)$ و $I(0,3)$.

1)

أ- تحقق أن $B \in (D)$.

لدينا $x = 1$ و $y = -x + 3$

أي أن : $y = -1 + 3$

إذن : $y = 2$

وحيث أن أرتوب النقطة B يساوي 2

فإن : $B \in (D)$

ب- تحقق أن $A \notin (D)$

لدينا $x = 0$ و $y = -x + 3$

أي أن : $y = -0 + 3$

إذن : $y = 3$

وحيث أن أرتوب النقطة A يساوي 5

فإن : $A \notin (D)$.

2) بين أن النقطة I هي منتصف القطعة $[BC]$.

نعتبر K منتصف $[BC]$.

وحيث أن $B(1,2)$ و $C(-1,4)$

فإن: $K(\dfrac{x_C + x_B}{2}, \dfrac{y_C + y_B}{2})$

يعني $K(\dfrac{-1+1}{2}, \dfrac{4+2}{2})$

إذن $K(0,3)$

وبما أن $I(0,3)$

فإن $I(0,3)$ منتصف القطعة $[BC]$.

3) <u>أ- حساب المسافة AB</u>.

لدينا : $A(2,5)$ و $B(1,2)$

إذن:

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$= (1-2)^2 + (2-5)^2$

$= 1 + 9$

$= 10$

ومنه $AB = \sqrt{10}$

ت-حساب المسافة AC

لدينا : $A(2,5)$ و $C(-1,4)$.

إذن :

$$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$$

$= (-1-2)^2 + (4-5)^2$

$= (-3)^2 + (-1)^2$

$= 9 + 1$

$= 10$

ومنه $AC = \sqrt{10}$

وحيث أن $AB = AC = \sqrt{10}$
فإن المثلث ABC **متساوي الساقين في** A

4) كتابة المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ)**:**

حيث أن : $\begin{cases} (D) \perp (\Delta) \\ I \in (\Delta) \end{cases}$

بصفة عامة معادلة المستقيم (Δ) **تكتب على شكل :** $y = mx + p$ **(1)**

<u>**لنحدد** m</u>**:**

لدينا : معادلة المستقيم(D) المختصرة : $y = -x + 3$.

وحيث أن $(D) \perp (\Delta)$

فإن جذاء ميل(D)و(Δ) يساوي -1

أي : $m \times (-1) = -1$

إذن: $m = 1$

ومنه المعادلة (1) تصبح:

$y = x + p$. (2)

لنحدد p :

لدينا $I(0,3) \in (\Delta)$

إذن $y = 3$ و $x = 0$

نعوض قيمتي x و y في المعادلة (2)

فنجد:

$3 = 0 + P$

ومنه $p = 3$

وبالتالي **المعادلة المختصرة للمستقيم** (Δ) **هي :**

$$y = x + 3$$

تمرين الثالث(3):

نعتبر المتسلسلة الإحصائية الممثلة بالجدول التالي:

قيمة الميزة	4	8	12	16	20
الحصيصات	2	3	4	5	6
الحصيصات المتراكمة	**2**	**5**	**9**	**14**	**20**

1) حساب المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة:

$$M = \frac{4\times2+8\times3+12\times4+16\times5+20\times6}{20}$$

$$= \frac{8 + 24 + 48 + 80 + 120}{20}$$

$$= \frac{280}{20}$$

$$= 14$$

إذن المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة الإحصائية هو 14.

2) حساب القيمة الوسطية لهذه المتسلسلة الإحصائية:

لدينا : الإحصاء الإجمالي $N = 20$

إذن القيمة الوسطية هي قيمة الميزة التي حصيصها المتراكم أكبر أو يساوي $\frac{N}{2} = 10$

أي أن القيمة الوسطية تساوي **16**

التمرين الرابع(4):

1) لتكن الدالة التآلفية المعرفة بما يلي : $f(x) = 3x - 5$

أ- نعتبر (O,I,J) معلما متعامدا وممنظما.

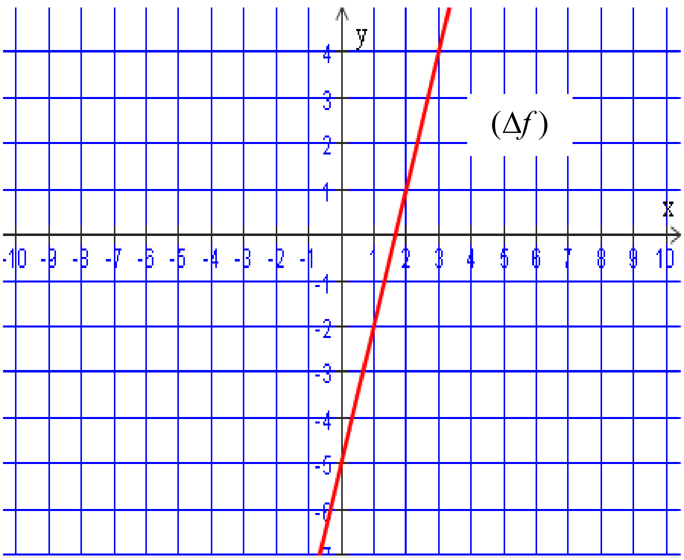
و (Δ_f) هو التمثيل المياني للدالة f .

- لدينا : $f(0) = -5$

إذن نعتبر $A(0,-5) \in (\Delta f)$

- ولدينا : $f(1) = -2$

إذن نعتبر $B(1,-2) \in (\Delta f)$



التمثيل المبياني للدالة f

ب-تحديد قيمة a :

لدينا $P(a,-1) \in (\Delta f)$

أي : $f(a) = -1$ (1)

وحيث أن : $f(x) = 3x - 5$

فإن $f(a) = 3a - 5$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن :

$3a-5=-1$

يعني $3a=-1+5$

يعني $3a=4$

إذن : $\boxed{a=\frac{4}{3}}$

2) لتكن g دالة خطية بحيث :

$g\left(\frac{1}{3}\right)=-\frac{4}{3}$

- تحديد $g(x)$ بدلالة x

لدينا g دالة خطية

إذن $(\forall x \in \Re)\ \ g(x)=a.x$

ومنه $a=\frac{g(x)}{x}$

وفي حالة $x=\frac{1}{3}$

فإن $a=\frac{g(\frac{1}{3})}{\frac{1}{3}}$

يعني $a=\frac{\frac{-4}{3}}{\frac{1}{3}}$

إذن $a=-4$ ومنه $\boxed{g(x)=-4.x}$

تمرين الخامس (5):

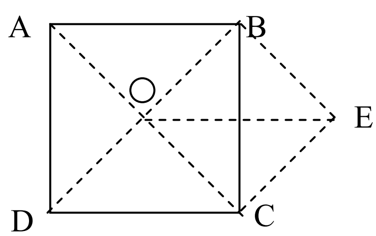
ليكن $ABCD$ مربعا مركزه O

و t الإزاحة التي تحول A إلى B.

1) إنشاء الشكل.

الرباعي $ABCD$ مربع

أي : $AB=BC=CD=DA=a$



2) نعتبر F صورة D بالإزاحة t

إذن $\quad AB=DF \quad (1)$

وحيث أن الرباعي $ABCD$ مربع

فإن $AB=DC \quad (2)$

من (1) و (2) نستنتج أن : $DC=DF$

يعني أن النقطتان D و C منطبقان

ومنه C هي صورة D بالإزاحة t

2) لتكن E صورة O بالإزاحة t

المطلوب: بين أن $(EC)\perp(EB)$

نعتبر المثلث AOD

لدينا $ABCD$ مربع

إذن $(AC)\perp(BD)$

ومنه $(AO)\perp(DO)$

وبالتالي المثلث AOD قائم الزاوية في O

وحيث أن B هي صورة A بالإزاحة t

C هي صورة D بالإزاحة t

E هي صورة O بالإزاحة t

فإن صورة المثلث AOD هو المثلث BEC بالإزاحة t.

يعني أن المثلث BEC قائم الزاوية في E

ومنه $\boxed{(EC)\perp(EB)}$.

التمرين السادس (6):

$ABCDEFGH$ مكعب بحيث : $AB=8$

و النقطة I منتصف $[AB]$

أ- بين أن : $IC=4\sqrt{5}$

لدينا $ABCDEFGH$ مكعب

إذن $(AB)\perp(BC)$

وحيث أن $I\in(AB)$

فإن : $(IB)\perp(BC)$

ومنه المثلث IBC قائم الزاوية في B

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة

فإن : $CI^2=BC^2+BI^2$

وبما أن I منتصف $[AB]$

أي : $BI = \frac{AB}{2} = 4$

فإن : $CI^2 = 8^2 + 4^2$

يعني : $CI^2 = 64 + 16$

يعني : $CI^2 = 80$

إذن : $CI = \sqrt{80}$ ومنه $CI = 4\sqrt{5}$

ب- بين أن $IG = 12$.

نعتبر المثلث ICG

لدينا $ABCDEFGH$ مكعب

إذن $(BCD) \perp (DCG)$

وحيث أن $(IC) \subset (BCD)$

و $(CG) \subset (DCG)$

والمستقيمان (IC) و (CG) متقاطعان في النقطة C

فإن $(IC) \perp (CG)$

ومنه المثلث ICG قائم الزاوية في C.

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة

فإن : $IG^2 = IC^2 + CG^2$

وحيث أن : $CI = 4\sqrt{5}$

و $CG = AB = 8$

فإن : $IG^2 = (4\sqrt{5})^2 + 8^2$

يعني : $IG^2 = 80 + 64$

يعني : $IG^2 = 144$ $(IG \succ 0)$

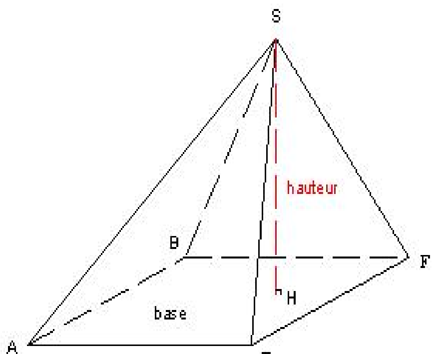
إذن : $IG = \sqrt{144}$

ومنه $IG = 12$

3) حساب حجم الهرم $SABFE$.

لتكن النقطة S مركز المربع $DCGH$

حيث يأخذ $SABEF$ شكلا هرميا كالتالي:



نعلم أن حجم الهرم هو :

$$V = \frac{1}{3} \times S_{ABEF} \times h$$

وحيث أن : S_{ABEF} هي مساحة قاعدة الهرم

و $SB = AB \times BF$

يعني $SB = 8 \times 8$

إذن $SB = 64$

و h هو الارتفاع الهرم . $(h = 8)$

فإن : $V = \frac{1}{3} \times 64 \times 8$

إذن :

$$V = \frac{512}{3} \text{ cm}^3$$