

## الثالثة إعدادي

## المباريات الإقليمية في مادة

## الرياضيات المرحلة الثانية

الجمعة 23 فبراير 2007

## التصحيح

من إنجاز : محمد الفتحي

أستاذ بثانوية الوفاء الإعدادية

العرائش

التمرين الأول :لدينا  $0 < x < 1$  إذن  $0 < \sqrt{x} < \sqrt{1}$  ومنه  $1 - \sqrt{x} > 0$ .

$$\text{إذن : } \sqrt{x+2\sqrt{x}+1} + \sqrt{x-2\sqrt{x}+1} = \sqrt{(\sqrt{x}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x}-1)^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{x}+1)^2} + \sqrt{(1-\sqrt{x})^2}$$

$$= (\sqrt{x}+1) + (1-\sqrt{x})$$

$$= \sqrt{x}+1+1-\sqrt{x}$$

لأن  $1 - \sqrt{x} > 0$  و  $\sqrt{x} + 1 > 0$ 

$$\sqrt{x+2\sqrt{x}+1} + \sqrt{x-2\sqrt{x}+1} = 2$$

يعني :

التمرين الثاني : لدينا :

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 - \frac{a^3+b^3}{2} = \frac{(a+b)(a+b)^2}{2^3} - \frac{a^3+b^3}{2}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2+2ab+b^2)}{8} - \frac{a^3+b^3}{2}$$

$$= \frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{8} - \frac{4(a^3+b^3)}{8}$$

$$= \frac{-3a^3+3a^2b+3ab^2-3b^3}{8}$$

$$= \frac{-3(a^3-a^2b-ab^2+b^3)}{8}$$

$$= \frac{-3[a^2(a-b)-b^2(a-b)]}{8}$$

$$= \frac{-3(a-b)(a^2-b^2)}{8}$$

$$= \frac{-3(a-b)(a-b)(a+b)}{8}$$

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 - \frac{a^3+b^3}{2} = -\frac{3(a-b)(a-b)^2}{8}$$

يعني

نعلم أن  $a$  و  $b$  و  $3$  و  $8$  أعداد حقيقية موجبة و  $(a-b)^2 \geq 0$  . إذن  $\frac{3(a+b)(a-b)^2}{8} \geq 0$ يعني :  $-\frac{3(a+b)(a-b)^2}{8} \leq 0$  أي :  $\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 - \frac{a^3+b^3}{2} \leq 0$  وبالتالي :  $\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 \leq \frac{a^3+b^3}{2}$

### التمرين الثالث :

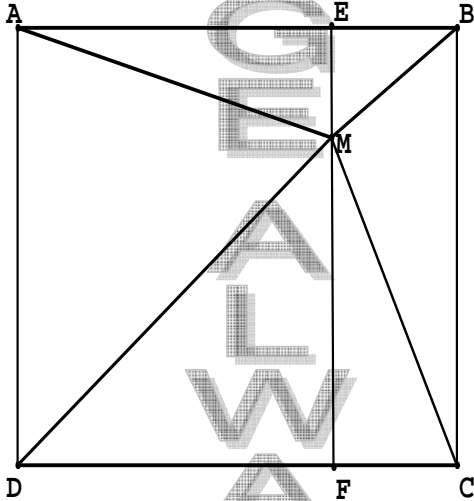
لدينا :  $a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$  إذن :  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (\sqrt{5})^2$

يعني :  $a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} = 5$  أي  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 3$

إذن  $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)\left(a + \frac{1}{a}\right) = 3\sqrt{5}$  يعني  $a^3 + a + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^3} = 3\sqrt{5}$  أي  $a^3 + \sqrt{5} + \frac{1}{a^3} = 3\sqrt{5}$

وبالتالي :  $a^3 + \frac{1}{a^3} = 2\sqrt{5}$

### التمرين الرابع :



لتكن  $E$  المسقط العمودي ل  $M$  على  $(AB)$  بحيث المستقيم  $(ME)$  يقطع  $[DC]$  في  $F$ .

إذن الرباعي  $EBCF$  مستطيل ومنه  $EB = FC$  والرباعي  $Aefd$  مستطيل ومنه  $AE = DF$  والمثلث  $AEM$  قائم الزاوية في  $E$  ومنه

$AM^2 = AE^2 + EM^2$  والمثلث  $CFM$  قائم الزاوية في  $F$  ومنه  $CM^2 = FC^2 + FM^2$  والمثلث  $BEM$  قائم الزاوية في  $E$  ومنه  $BM^2 = BE^2 + EM^2$  والمثلث  $DFM$  قائم الزاوية في  $F$  ومنه  $DM^2 = FD^2 + FM^2$  إذن :

$$MA^2 + MC^2 = AE^2 + EM^2 + FC^2 + FM^2$$

$$\text{و } MB^2 + MD^2 = BE^2 + EM^2 + FD^2 + FM^2$$

وبما أن :  $AE = DF$  و  $EB = FC$

فإن :  $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$

### التمرين الخامس :

لتكن  $E$  مائلة  $A$  بالنسبة للمستقيم  $(D)$  إذن  $(D)$  واسط  $[AE]$

وبما أن  $M$  تنتمي إلى  $(D)$  فإن  $ME = MA$

و لدينا  $BM + ME \geq BE$  مهما كانت النقطة  $M$  من  $(D)$

يعني  $BM + ME + AB \geq BE + AB$

إذن لكي تكون  $BM + ME + AB$  أصغر ما يمكن يجب أن تكون

$$BM + ME + AB = BE + AB$$

$$\text{أي } BM + ME = BE$$

يعني  $M$  تنتمي إلى  $[BE]$

إذن النقطة  $M$  هي تقاطع  $(D)$  و  $[BE]$

ونعلم أن محيط المثلث هو  $AM + MB + AB$

$$\text{ولدينا } ME = MA \text{ إذن } AM + MB + AB = MB + ME + AB$$

وبالتالي لكي يكون محيط المثلث  $AMB$  أصغر ما يمكن يجب

أن تكون  $M$  هي تقاطع  $(D)$  و

$[BE]$  بحيث  $E$  مائلة  $A$  بالنسبة للمستقيم  $(D)$ .

