

التمرين رقم 1

على $x = -3$ و $y = 2$ ومنه الزوج (2 ؛ -3) حل لنظمة المعادلتين.

$$\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ 2x + 5y = 4 \end{cases}$$

حل النظمة : $\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ 2x + 5y = 4 \end{cases}$
 باستعمال إحدى الطريقتين : التعويض أو التاليفة الخطية نحصل

التمرين رقم 2

القيمة الوسطية : العدد $\frac{25}{2} = 12,5$ هو نصف الساكنة الإحصائية لهذه المتسلسلة و 25 هي أصغر قيمة للميزة التي حصبها المتراكم أكبر من أو يساوي 12,5. إذن : 25 هي القيمة الوسطية لهذه المتسلسلة الإحصائية.
 (3) المعدل الحسابي للمتسلسلة الإحصائية. ليكون m هو المعدل الحسابي للمتسلسلة الإحصائية

$$m = \frac{3 \times 50 + 6 \times 30 + 4 \times 25 + 7 \times 20 + 5 \times 10}{3 + 6 + 4 + 7 + 5}$$

 إذن : $m = 24,8$ ومنه :

(1) الجدول الإحصائي للحصيصات المتراكمة .

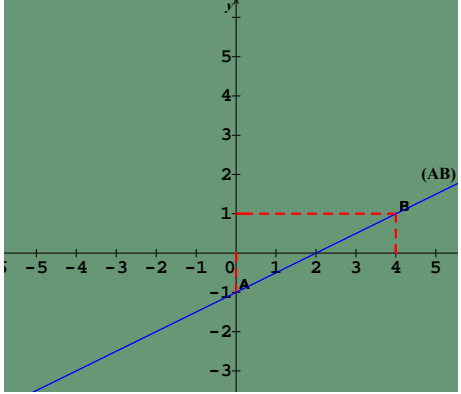
50	30	25	20	10	قيمة المساهمة (بالدهم)
3	6	4	7	5	عدد التلاميذ
25	22	16	12	5	الحصيص المتراكم

(2) منوال المتسلسلة الإحصائية وقيماتها الوسطية :
 المنوال : منوال هذه المتسلسلة الإحصائية هو : 20
 لأن : 20 هي قيمة الميزة التي لها أكبر حصيص 7

التمرين رقم 3

ب - إنشاء المستقيم (AB).

بإنشاء المستقيم الموازي لـ (OJ) والمار من (4;0)؛ والمستقيم الموازي لـ (OI) والمار من (0;1) نحصل على B(4;1) نقطة تقاطع الموازيين لمحوري المعلم. يمكن إتباع نفس الطريقة لإنشاء النقطة A(0;-1). (ألاحظ ان افصول A منعدم إذن A من !.....!).
 ومنه نشئ المستقيم الوحيد المحدد بالنقطتين المختلفتين A و B.
 لـ أو بإنشاء A(0;-1) و C(2;0) نقطتي تقاطع محوري المعلم مع المستقيم (AB) ذي المعادلة $y = \frac{1}{2}x - 1$.



(2) Δ هو المستقيم الذي معادلته : $y = -2x + 4$

أ - نحسب إحداثيتي النقطة K منتصف القطعة [AB].
 النقطة $K(x; y)$ هي منتصف القطعة [AB] حيث :
 $A(0; -1)$ و $B(4; 1)$
 إذن : $x = \frac{0+4}{2}$ و $y = \frac{-1+1}{2}$
 ومنه : $x = 2$ و $y = 0$

ب - نثبت أن المستقيم Δ هو واسط القطعة [AB].

معادلة كل من المستقيمين Δ و (AB) هي على التوالي:

$y = -2x + 4$ و $y = \frac{1}{2}x - 1$

لـ لاحظ أن : $\frac{1}{2} \times (-2) = -1$ (جداء ميلتي Δ و (AB))

ومنه : Δ و (AB) متعامدان. (1)

A (0 ; -1) و B (4 ; 1) من المستوى المنسوب للمعلم المتعامد للمنظم (O ; I ; J).

(1) أ - نبين أن : المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) تكتب

على الشكل : $y = \frac{1}{2}x - 1$.

الطريقة 1:

لـ لاحظ أن : $\frac{1}{2} \times 0 - 1 = -1$ ومنه A (0 ; -1) تحقق

المعادلة : $y = \frac{1}{2}x - 1$ (1)

لـ لاحظ أن : $\frac{1}{2} \times 4 - 1 = 1$ ومنه B (4 ; 1) تحقق

المعادلة : $y = \frac{1}{2}x - 1$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن : $y = \frac{1}{2}x - 1$ هي معادلة لـ (AB)

الطريقة 2:

لتكن $y = mx + p$ هي المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) غير الموازي لمحور الأرتيب؛ حيث : m هو ميل (AB) و p الأرتوب عند الأصل.

بتعويض إحداثيتي A (0 ; -1) و B (4 ; 1) في المعادلة (1) نحصل على : $p = -1$ و $1 = 4m + p$

إذن : $m = \frac{1}{2}$ ومنه : $y = \frac{1}{2}x - 1$ هي معادلة لـ (AB).

الطريقة 3

لتكن $y = mx + p$ هي المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) غير الموازي لمحور الأرتيب؛ حيث : m هو ميل (AB) و p الأرتوب عند الأصل.

لـ لدينا : $m = \frac{1 - (-1)}{4 - 0}$ أي $m = \frac{1}{2}$

لـ بتعويض إحداثيتي A (0 ; -1) و $m = \frac{1}{2}$ في (1) نحصل على $p = -1$

ومنه : $y = \frac{1}{2}x - 1$ هي معادلة لـ (AB).

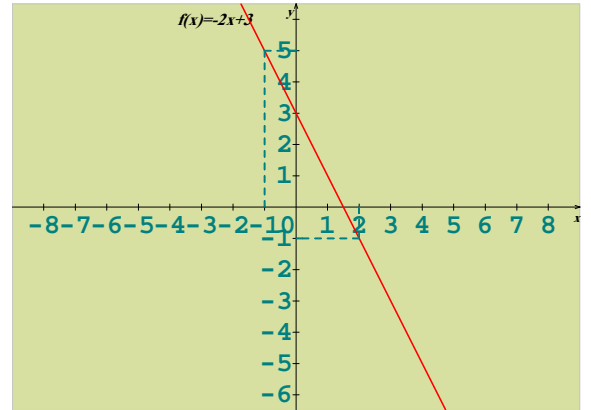
تتمة التمرين رقم 3

لـ أيضا النقطة: $K(2; 0)$ منتصف $[AB]$ تحقق معادلة المستقيم (Δ) (2)؛ (لأن $y = -2x + 4$ و $(-2 \times 2 + 4 = 0$)).
من (1) و (2) نستنتج أن: (Δ) واسط $[AB]$.

التمرين رقم 4

(1) $\frac{1}{4}((f(x))^2 - 1) = \frac{1}{4}(-2x + 2)(-2x + 4)$
نختزل بـ: 4 في الطرف الثاني من المعادلة (1).
نحصل على: (2) $\frac{1}{4}((f(x))^2 - 1) = (1-x)(2-x)$
ننشر ونبسط الطرف الثاني من المعادلة (2).
نحصل على: $\frac{1}{4}((f(x))^2 - 1) = x^2 - 3x + 2$
ب - نستنتج مبيانيا حلول المعادلة: $x^2 - 3x + 2 = 0$
المعادلة: $x^2 - 3x + 2 = 0$ تكافئ $\frac{1}{4}((f(x))^2 - 1) = 0$
المعادلة: $x^2 - 3x + 2 = 0$ تكافئ $((f(x))^2 - 1) = 0$ ($\frac{1}{4} \neq 0$)
المعادلة: $x^2 - 3x + 2 = 0$ تكافئ $(f(x) - 1)(f(x) + 1) = 0$
المعادلة: $x^2 - 3x + 2 = 0$ تكافئ $(f(x) - 1) = 0$ أو $(f(x) + 1) = 0$
لـ لاحظ أن: الدوال المعرفة بـ: $f(x)$ و $(f(x) + 1)$ و $(f(x) - 1)$
هي دوال تالفية لها نفس الميل (-2) و مختلفة مثنى مثنى.
(مختلفة لأن ليس لها نفس الأرتوب عند الأصل)
إذن: تمثيلاتها المبيانية هي مستقيمتان متوازيتان قطعان.
لـ لاحظ أن: التمثيل المبياني للدالة f يقطع محور الأرتيب في
النقطة $(0; 3)$.
إذن التمثيلان المبيانيان للدالتين المعرفتان بـ: $(f(x) - 1)$ و $(f(x) + 1)$
يقطعان محور الأرتيب بالتوالي في النقطتين $(0; 4)$ و $(0; 2)$.
إذن: بإنشاء المستقيمان الماران بالتوالي من النقطتين $(0; 4)$ و $(0; 2)$
و الموازيان للمستقيم المعرف بمعادلته: $y = f(x) = -2x + 3$ ؛
فإنهما يقطعان بالتوالي محور الأفاصيل في النقطتين $(1; 0)$ و $(2; 0)$.
ومنه العدان 1 و 2 حلين للمعادلة: $x^2 - 3x + 2 = 0$.

(1). $f(x) = -2x + 3$ هي الدالة التالفية حيث:
1) نحسب: $f(-1)$ و $f(2)$.
لدينا: $f(-1) = 5$ و $f(2) = -1$ (نعوض x بـ: -1 و 2 في (1)).
2) التمثيل المبياني للدالة f في المعلم المتعامد المنظم $(O; I; J)$
التمثيل المبياني للدالة f في المعلم المتعامد المنظم $(O; I; J)$
هو المستقيم المار من النقطتين ذات الإحداثيتين:
 $(-1; f(-1))$ و $(2; f(2))$. (نظر الشكل)
(يمكن إتباع نفس طريقة السؤال 1 ب من التمرين 2)
لـ أوتقاطع التمثيل المبياني لـ f مع محوري المعلم في $(0; 3)$ و $(\frac{3}{2}; 0)$.



(3) أ - نبين أن لكل عدد حقيقي x :

$$\text{لدينا: } x^2 - 3x + 2 = \frac{1}{4}((f(x))^2 - 1)$$

باستعمال المتطابقة الهامة: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$$\text{لـ نحصل على: } \frac{1}{4}((f(x))^2 - 1) = \frac{1}{4}(f(x) - 1)(f(x) + 1)$$

وبتعويض $f(x)$ بـ: $(-2x + 3)$ وتبسيط الكتابة نحصل على:

التمرين رقم 5

(2) نبين أن المثلث $IB'C'$ قائم الزاوية ومتساوي الساقين في I .

t هي الإزاحة التي تحول A إلى I .

(معطيات)

B' و C' صورتي B و C (على التوالي) بإزاحة t .

إذن: صورة المثلث ABC بالإزاحة t التي تحول A إلى I هي $IB'C'$
لـ بمأن: ABC مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين في A .

إذن: $IB'C'$ مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين في I .

(لأن الإزاحة تحافظ على القياسات)

(1) إنشاء النقطتين B' و C' صورتي B و C بالإزاحة t التي تحول A إلى I .

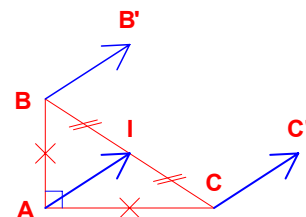
لـ B' و C' صورتي B و C بالإزاحة t التي تحول A إلى I

يعني أن: B' هي النقطة الوحيد حيث يكون $ABB'I$ متوازي الأضلاع.

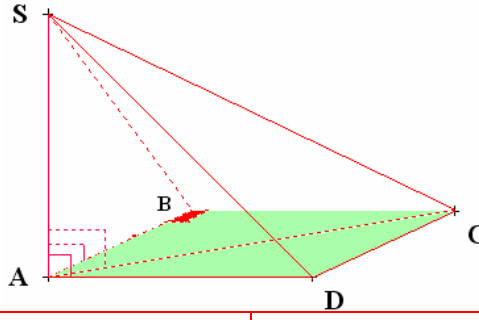
C' هي النقطة الوحيد حيث يكون $ACC'I$ متوازي الأضلاع.

(حسب تعريف صورة نقطة بإزاحة)

إذن بإنشاء متوازي الأضلاع $ABB'I$ و $ACC'I$ نحصل على النقطتين B' و C' صورتي B و C بالإزاحة t التي تحول A إلى I . (أنظر الشكل).



التمرين رقم 6



بما أن : $AS = 4 \text{ cm}$ و $AC = 3\sqrt{2} \text{ cm}$

إذن : $SC = \sqrt{34} \text{ cm}$

(2) نحسب V حجم الهرم $SABCD$.

لدينا V حجم الهرم $SABCD$

إذن : $V = \frac{1}{3} \times AS \times AB^2$ (حيث : AB^2 هي مساحة المربع $ABCD$)

(AS إرتفاع في الهرم $SABCD$)

بما أن : $AS = 4 \text{ cm}$ و $AB^2 = 9 \text{ cm}^2$ إذن : $V = 12 \text{ cm}^3$

(3) نحسب V' حجم الهرم المحصل عليه حيث $\frac{3}{4}$ نسبة تصغير الهرم $SABCD$

لدينا $V = 12 \text{ cm}^3$ هو حجم الهرم $SABCD$ و $\frac{3}{4}$ هي نسبة تصغير

الهرم $SABCD$ للحصول على الهرم ذي الحجم V'

إذن : $V' = \left(\frac{3}{4}\right)^3 V$ أي : $V' = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times 12$

ومنه : $V' = \left(\frac{3}{2}\right)^4 \text{ cm}^3$

(1) نحسب المسافتين AC و SC حيث $SA = 4 \text{ cm}$ و $AB = 3 \text{ cm}$
لـ نحسب المسافة AC :

لدينا : $SABCD$ هرم قاعدته المربع $ABCD$ (معطيات)

إذن : ABC مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين في B .

إذن : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (ح ؛ م فيثاغورس المباشرة)

$AB = BC$

ومنه : $AC = AB\sqrt{2}$

وبما أن : $AB = 3 \text{ cm}$

إذن : $AC = 3\sqrt{2} \text{ cm}$

لـ نحسب المسافة SC :

المستقيم (SA) عمودي على المستوى (ABC) .

(معطيات)

(AC) ضمن المستوى (ABC) .

إذن : (SA) عمودي (AC) (حسب الخاصية)

أي : المثلث ASC قائم الزاوية في A

وبالتالي : $SC^2 = AS^2 + AC^2$ (ح ؛ م فيثاغورس المباشرة).