

### تصحيح أولمبياد الرياضيات

	<p><b>تمرين 1: (2ن)</b>  <math>\frac{x^2 + y^2}{2} = xy</math> تعني <math>x^2 + y^2 = 2xy</math> تعني <math>x^2 - 2xy + y^2 = 0</math> تعني <math>(x - y)^2 = 0</math> تعني <math>x - y = 0</math> تعني <math>x = y</math></p>	2ن
	<p><b>تمرين 2: (4ن)</b>  <math>2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6} = 2(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{3}(1 + \sqrt{2}) = (1 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{3})</math>  <b>ب-</b> <math>\frac{1}{2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}} = \frac{1}{(1 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{3})} = \frac{(1 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{3})}{-1} = -(1 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{3})</math></p>	2ن
	<p><b>تمرين 3: (3ن)</b>          a و b موجبين قطعاً.          ط1: <math>a &lt; b</math> تعني <math>\sqrt{a} &lt; \sqrt{b}</math> تعني <math>1 + \sqrt{a} &lt; 1 + \sqrt{b}</math> تعني <math>\frac{1}{1 + \sqrt{b}} &lt; \frac{1}{1 + \sqrt{a}}</math> ولدينا <math>a &lt; b</math> إذن <math>\frac{a}{1 + \sqrt{b}} &lt; \frac{b}{1 + \sqrt{a}}</math>          ط2: - استعمال الفرق - <math>\frac{b}{1 + \sqrt{a}} - \frac{a}{1 + \sqrt{b}} = \frac{(b - a) + (b\sqrt{b} - a\sqrt{a})}{(1 + \sqrt{a})(1 + \sqrt{b})}</math>          * <math>a &lt; b</math> تعني <math>\sqrt{a} &lt; \sqrt{b}</math> إذن <math>a\sqrt{a} &lt; b\sqrt{b}</math> إذن <math>b\sqrt{b} - a\sqrt{a} &gt; 0</math> ولدينا كذلك <math>b - a &gt; 0</math> إذن البسط موجب وكذلك المقام</p>	3ن
	<p><b>تمرين 4: (3ن)</b>          لدينا <math>3a^2 = 2(c^2 - b^2)</math> و <math>3a^2 \geq 0</math> إذن <math>c^2 - b^2 \geq 0</math> تعني <math>c^2 \geq b^2</math> تعني <math>c \geq b</math>.          لدينا <math>3a^2 = 2(c^2 - b^2)</math> تعني <math>3a^2 = 2c^2 - 2b^2</math> تعني <math>3a^2 = 2c^2 - 3a^2</math> إذن <math>2b^2 = 2c^2 - 3a^2</math> تعني <math>2c^2 \geq 3a^2</math> تعني <math>c^2 \geq \frac{3}{2}a^2 = a^2 + \frac{1}{2}a^2</math> إذن <math>c^2 \geq a^2</math> تعني <math>c \geq a</math>.</p>	1,5 1,5
	<p><b>تمرين 5: (3ن)</b>          لدينا <math>S_{ABC} = S_{ABM} + S_{AMC}</math> تعني <math>\frac{BB' \times AC}{2} = \frac{MH \times AB}{2} + \frac{MK \times AC}{2}</math> تعني <math>BB' \times AC = MH \times AB + MK \times AC</math>          ولدينا <math>AB = AC</math> إذن <math>BB' = MH + MK</math>.</p>	1,5 1,5
	<p><b>تمرين 6: (5ن)</b>          لدينا <math>S_{AMN} = S_{BMNC}</math> تعني <math>\frac{AE \times MN}{2} = \frac{(MN + BC) \times EF}{2}</math> تعني <math>AE \times MN = (MN + 4)EF</math>          (1) <math>\frac{AE}{EF} = \frac{MN + 4}{MN}</math>          نعتبر المثلث ABF لدينا (ME) // (BF) ح-خ-ط-م-فان :          نحسب MN بدلالة x :          نعتبر المثلث ABC لدينا (MN) // (BC) ح-خ-ط-م-فان : <math>\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}</math>          إذن <math>\frac{x}{2} = \frac{MN}{4}</math> تعني <math>MN = 2x</math>          إذن (1) تصبح : <math>\frac{AE}{EF} = \frac{MN + 4}{MN} = \frac{2x + 4}{2x} = \frac{x + 2}{x}</math>          من (1) و (2) نستنتج : <math>\frac{x}{2 - x} = \frac{x + 2}{x}</math> تعني <math>x^2 = (2 - x)(x + 2)</math> تعني <math>x^2 = 4 - x^2</math> تعني <math>2x^2 = 4</math> تعني <math>x^2 = 2</math> إذن <math>x = \sqrt{2}</math> (<math>AM = x &gt; 0</math>)</p>	1 1 1 1 1