

## الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2016

- الموضوع -

RS 22

ⵜⴰⵎⴰⵏⴰⵏⵜ ⵏ ⵎⴰⵔⴰⵎⴰⵏⵜ  
ⵜⴰⵎⴰⵏⴰⵏⵜ ⵏ ⵎⴰⵔⴰⵎⴰⵏⵜ  
ⵏ ⵎⴰⵔⴰⵎⴰⵏⵜ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم  
والامتحانات والتوجيه

★★

|   |             |   |                  |
|---|-------------|---|------------------|
| 3 | مدة الإنجاز | الرياضيات   | المادة           |
| 7 | المعامل     | شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها | الشعبة أو المسلك |

## تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

|       |                                 |                |
|-------|---------------------------------|----------------|
| 3 نقط | المتاليات العددية               | التمرين الأول  |
| 3 نقط | الهندسة الفضائية                | التمرين الثاني |
| 3 نقط | الأعداد العقدية                 | التمرين الثالث |
| 3 نقط | حساب الاحتمالات                 | التمرين الرابع |
| 8 نقط | دراسة دالة عددية و حساب التكامل | مسألة          |

- بالنسبة للمسألة ، In يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

**التمرين الأول : ( 3 ن )**

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$  لكل  $n$  من  $IN$

1) أ- بين بالترجع أن  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $IN$  0.5

ب- تحقق من أن  $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$  لكل  $n$  من  $IN$  ثم بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية . 0.5

ج- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة . 0.25

2) لتكن  $(v_n)$  المتتالية العددية بحيث  $v_n = u_n - 1$  لكل  $n$  من  $IN$

أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{16}$  و اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  1

ب- بين أن  $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$  لكل  $n$  من  $IN$  ثم حدد نهاية المتتالية  $(u_n)$  0.75

**التمرين الثاني : ( 3 ن )**

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطتين  $A(1, 3, 4)$  و  $B(0, 1, 2)$

1) أ- بين أن  $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  0.5

ب- بين أن  $2x - 2y + z = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(OAB)$  . 0.5

2) لتكن الفلكة  $(S)$  التي معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$  0.5

بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $\Omega(3, -3, 3)$  و شعاعها 5

3) أ- بين أن المستوى  $(OAB)$  مماس للفلكة  $(S)$  0.75

ب- حدد مثلوث إحداثيات  $H$  نقطة تماس المستوى  $(OAB)$  و الفلكة  $(S)$  0.75

**التمرين الثالث : ( 3 ن )**

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 8z + 41 = 0$  0.75

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $\Omega$  التي أحاقها

على التوالي هي  $a = 4 + 5i$  و  $b = 3 + 4i$  و  $c = 6 + 7i$  و  $\omega = 4 + 7i$

أ- احسب  $\frac{c-b}{a-b}$  و استنتج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمية . 0.75

ب- ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $\Omega$  و زاويته  $-\frac{\pi}{2}$  0.75

بين أن  $z' = -iz - 3 + 11i$

ج- حدد صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  ثم أعط شكلا مثلثيا للعدد  $\frac{a-\omega}{c-\omega}$  0.75

**التمرين الرابع : ( 3 ن )**

يحتوي صندوق على 10 كرات تحمل الأعداد : 1 و 2 و 2 و 3 و 3 و 3 و 4 و 4 و 4 و 4 ( لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس ) .

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 3 | 3 | 2 | 1 |
| 4 | 4 | 3 | 4 | 2 |

نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق. (1) ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين " .

بين أن :  $p(A) = \frac{1}{3}$

(2) نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الصندوق بعد كل تجربة . ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A

بين أن  $p(X=1) = \frac{4}{9}$  ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

**مسألة : ( 8 ن )**

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2\ln x$

|         |           |        |           |
|---------|-----------|--------|-----------|
| x       | 0         | 1      | $+\infty$ |
| $g'(x)$ |           | -      | +         |
| $g(x)$  | $+\infty$ | $g(1)$ | $+\infty$ |

الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة g على  $]0, +\infty[$

(1) احسب  $g(1)$

(2) استنتج انطلاقا من الجدول أن:  $g(x) > 0$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1)\ln x$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة : 2 cm )

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  و أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة .

(2) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  (لحساب النهاية يمكنك كتابة  $f(x)$  على الشكل  $f(x) = x \left[ \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \ln x \right]$ )

ب- بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا في اتجاه محور الأرتاب بجوار  $+\infty$

(3) أ- بين أن  $f'(x) = g(x)$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على  $]0, +\infty[$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على  $]0, +\infty[$

(4) أ- بين أن  $I(1, 0)$  نقطة انعطاف للمنحنى (C)

ب- بين أن  $y = x - 1$  هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C) في النقطة I

ج- أنشئ ، في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، المستقيم (T) و المنحنى (C)

(5) أ- بين أن  $\int_1^2 \left( 1 + \frac{x}{2} \right) dx = \frac{7}{4}$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن  $\int_1^2 (x+1)\ln x dx = 4\ln 2 - \frac{7}{4}$

ج- احسب ، ب  $cm^2$  ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين

الذين معادلتاهما  $x=1$  و  $x=2$

(6) حل مبيانيا المتراجحة :  $(x+1)\ln x \geq \frac{3}{2}(x-1)$  ;  $x \in ]0, +\infty[$

**التصحيح :**

**تصحيح التمرين الأول :**

(1) أ. لنبين بالترجع أن :  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

✓ من أجل  $n = 0$  :

$$u_0 = 2 \text{ لدينا}$$

$$u_0 > 1 \text{ إذن}$$

✓ ليكن  $n \in \mathbb{N}$

• نفترض أن :  $u_n > 1$

• ونبين أن :  $u_{n+1} > 1$

لدينا حسب الإفتراض :  $u_n > 1$

$$\text{إذن } \frac{1}{16}u_n > \frac{1}{16}$$

$$\text{إذن } \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16} > \frac{1}{16} + \frac{15}{16}$$

$$\text{إذن : } u_{n+1} > 1$$

✓ نستنتج أن :  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

ب.

❖ ليكن  $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16} - u_n$$

$$= \left( \frac{1}{16} - 1 \right) u_n + \frac{15}{16}$$

$$= \frac{-15}{16}u_n + \frac{15}{16}$$

$$\text{إذن : } u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1) \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

❖ لدينا حسب نتيجة السؤال (1) أ.  $u_n > 1$

$$\text{إذن } u_n - 1 > 0$$

$$\text{إذن } \frac{-15}{16}(u_n - 1) < 0$$

ومنه  $u_{n+1} - u_n < 0$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

و بالتالي المتتالية  $(u_n)$  تناقصية

ج. بما أن  $(u_n)$  تناقصية و مصفورة (بالعدد 1) فإن  $(u_n)$  متقاربة

(2)

أ.

❖ ليكن  $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 1 \\ &= \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16} - 1 \\ &= \frac{1}{16}u_n - \frac{1}{16} \\ &= \frac{1}{16}(u_n - 1) \\ &= \frac{1}{16}v_n \end{aligned}$$

إذن  $v_{n+1} = \frac{1}{16}v_n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

ومن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = \frac{1}{16}$

وحدها الأول  $v_0 = u_0 - 1 = 2 - 1 = 1$

❖ لنكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  :

$$v_n = 1 \times \left(\frac{1}{16}\right)^n \quad \text{إذن} \quad v_n = v_0 \times q^n$$

ومن  $v_n = \left(\frac{1}{16}\right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

ب.

❖ ليكن  $n \in \mathbb{N}$  :

لدينا  $v_n = u_n - 1$  إذن  $u_n = v_n + 1$

ومن  $u_n = \left(\frac{1}{16}\right)^n + 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

❖ بما أن  $-1 < \frac{1}{16} < 1$  فإن  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{16}\right)^n = 0$

ومن  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$

**تصحيح التمرين الثاني :**

1 أ. لدينا :  $\vec{OA}(1,3,4)$  و  $\vec{OB}(0,1,2)$

$$\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\vec{OA} \wedge \vec{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \quad \text{إذن :}$$

ب. لدينا :  $\vec{OA} \wedge \vec{OB}(2,-2,1)$  متجهة منظمية للمستوى  $(OAB)$

إذن معادلة ديكارتية للمستوى  $(OAB)$  تكتب على شكل :  $2x - 2y + 1z + d = 0$

و بما أن  $O(0,0,0) \in (OAB)$  : فإن  $2 \cdot (0) - 2 \cdot (0) + 1 \cdot (0) + d = 0$

إذن :  $d = 0$

و بالتالي معادلة للمستوى  $(OAB)$  هي :  $2x - 2y + z = 0$

2 لتكن الفلكة  $(S)$  التي معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0 \quad \text{لدينا :}$$

$$x^2 - 6x + y^2 + 6y + z^2 - 6z = -2 \quad \text{تكافئ :}$$

تكافئ :

$$x^2 - 2(3)x + (3)^2 + y^2 - 2(-3)y + (-3)^2 + z^2 - 2(3)z + (3)^2 = -2 + (3)^2 + (3)^2 + (3)^2$$

$$(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 25 = (5)^2 \quad \text{تكافئ :}$$

إذن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $\Omega(3,-3,3)$  و شعاعها  $R = 5$

$$3 \text{ أ. لدينا : } d(\Omega, (OAB)) = \frac{|2(3) - 2(-3) + (3)|}{\sqrt{(2)^2 + (-2)^2 + (1)^2}} = \frac{15}{3} = 5$$

بما أن :  $d(\Omega, (OAB)) = R$  فإن المستوى  $(OAB)$  مماس للفلكة  $(S)$

ب. لنحدد  $H(x_H, y_H, z_H)$  نقطة تماس المستوى  $(OAB)$  و الفلكة  $(S)$

لدينا  $H(x_H, y_H, z_H)$  هي المسقط العمودي للنقطة  $\Omega(3,-3,3)$  على المستوى  $(OAB)$

و بالتالي  $H(x_H, y_H, z_H)$  هي نقطة تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  المار من  $\Omega(3,-3,3)$

و العمودي على المستوى  $(OAB)$  مع المستوى  $(OAB)$ .

لدينا  $\vec{OA} \wedge \vec{OB}(2,-2,1)$  متجهة منظمية للمستوى  $(OAB)$  و بما أن  $(\Delta) \perp (OAB)$

فإن :  $\vec{OA} \wedge \vec{OB}(2,-2,1)$  هي متجهة موجهة للمستوى  $(OAB)$ . و لدينا  $\Omega(3,-3,3) \in (\Delta)$

$$(t \in \mathbb{R}) \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -3 - 2t : (\Delta) \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ إذن تمثيل بارامتري للمستقيم } (\Delta)$$

$$(t \in \mathbb{R}) \begin{cases} x_H = 3 + 2t \\ y_H = -3 - 2t \\ z_H = 3 + t \\ 2x_H - 2y_H + z_H = 0 \end{cases} \text{ تكافئ } H(x_H, y_H, z_H) \in (\Delta) \cap (OAB)$$

$$\text{بالتعويض نجد : } 2(3 + 2t) - 2(-3 - 2t) + (3 + t) = 0$$

$$\text{ومنه : } t = -1$$

$$\text{و بالتالي : } \begin{cases} x_H = 3 + 2(-1) = 1 \\ y_H = -3 - 2(-1) = -1 \\ z_H = 3 + (-1) = 2 \end{cases} \text{ أي : } H(1, -1, 2)$$

### تصحيح التمرين الثالث :

$$(1) \text{ لنحل في } \mathbb{C} \text{ المعادلة : } z^2 - 8z + 41 = 0$$

$$\text{لدينا : } \Delta = (-8)^2 - 4(1)(41) = -100$$

بما أن  $\Delta < 0$  فإن المعادلة تقبل حلين عقددين مترافقين

$$z = \frac{-(-8) + i\sqrt{100}}{2(1)} \text{ أو } z = \frac{-(-8) - i\sqrt{100}}{2(1)}$$

$$z = 4 - 5i \text{ أو } z = 4 + 5i$$

$$\text{إذن : } S = \{4 - 5i, 4 + 5i\}$$

$$(2) \text{ أ. لدينا : } \frac{c-b}{a-b} = \frac{(6+7i)-(3+4i)}{(4+5i)-(3+4i)} = \frac{3+3i}{1+i} = \frac{3(1+i)}{1+i} = 3$$

بما أن  $\frac{c-b}{a-b} \in \mathbb{R}$  فإن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمية.

ب.  $R$  الدوران الذي مركزه  $\Omega(\omega)$  و زاويته  $\frac{-\pi}{2}$

$M'(z')$  صورة  $M(z)$  بالدوران  $R$

$$\text{لدينا : } z' - \omega = e^{i\left(\frac{-\pi}{2}\right)}(z - \omega)$$

$$z' - (4 + 7i) = -i(z - (4 + 7i)) \text{ : إذن}$$

$$z' - 4 - 7i = -i(z - 4 - 7i) \text{ : إذن}$$

$$z' = -i(z - 4 - 7i) + 4 + 7i \text{ : إذن}$$

$$z' = -iz + 4i - 7 + 4 + 7i \text{ : إذن}$$

$$z' = -iz - 3 + 11i \text{ : ومنه}$$

ج.

❖ لنحدد صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  :

$$\text{لدينا : } -ic - 3 + 11i = -i(6 + 7i) - 3 + 11i = -6i + 7 - 3 + 11i = 4 + 5i = a$$

إذن :  $A$  هي صورة  $C$  بالدوران  $R$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega A = \Omega C \\ \left( \overrightarrow{\Omega C}, \overrightarrow{\Omega A} \right) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \end{array} \right. \text{ : إذن : } R(C) = A \text{ : لدينا : } \text{❖}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Omega A}{\Omega C} = 1 \\ \left( \overrightarrow{\Omega C}, \overrightarrow{\Omega A} \right) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \end{array} \right. \text{ : إذن}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{a - \omega}{c - \omega} \right| = 1 \\ \arg \left( \frac{a - \omega}{c - \omega} \right) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \end{array} \right. \text{ : إذن}$$

$$\frac{a - \omega}{c - \omega} = 1 \left( \cos \left( \frac{-\pi}{2} \right) + i \sin \left( \frac{-\pi}{2} \right) \right) \text{ : ومنه}$$

#### تصحيح التمرين الرابع :

التجربة " نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق "

ليكن  $\Omega$  كون إمكانيات هذه التجربة

$$\text{لدينا : } \text{card } \Omega = A_{10}^2 = 90$$

(1) "  $A$  الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين "

$$\text{لدينا : } \text{card } A = A_6^2 = 30$$

$$\text{إذن : } p(A) = \frac{\text{card } A}{\text{card } \Omega} = \frac{30}{90}$$



$$p(A) = \frac{1}{3} : \text{ومنه}$$

$$(2) \text{ لدينا : } X \text{ متغير عشوائي حدائي وسيطاه } n = 3 \text{ و } p = p(A) = \frac{1}{3}$$

$$p(X = 1) = C_3^1 p^1 (1-p)^{3-1} = 3 \times \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

لنحدد قانون احتمال  $X$  :

$$p(X = 0) = C_3^0 p^0 (1-p)^{3-0} = 1 \times 1 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$p(X = 1) = \frac{4}{9} = \frac{12}{27}$$

$$p(X = 2) = C_3^2 p^2 (1-p)^{3-2} = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^1 = \frac{2}{9} = \frac{6}{27}$$

$$p(X = 3) = C_3^3 p^3 (1-p)^{3-3} = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^0 = \frac{1}{27}$$

| $x_i$       | 0              | 1                             | 2                            | 3              |
|-------------|----------------|-------------------------------|------------------------------|----------------|
| $p X = x_i$ | $\frac{8}{27}$ | $\frac{4}{9} = \frac{12}{27}$ | $\frac{2}{9} = \frac{6}{27}$ | $\frac{1}{27}$ |

**تصحيح المسألة :**

**I**

$$g(1) = \frac{2}{1} - 1 + 2 \ln(1) = 2 - 1 + (2 \times 0) = 1 \quad (1)$$

(2) لدينا  $g(1)$  هي القيمة الدنيا للدالة  $g$  على  $]0, +\infty[$

إن:  $\forall x \in ]0, +\infty[ : g(x) \geq g(1)$

إن:  $\forall x \in ]0, +\infty[ : g(x) \geq 1$

ومنه:  $\forall x \in ]0, +\infty[ : g(x) > 0$

**II**

$$(1) \text{ لدينا : } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} 3 - 3x + 2(x+1) \ln(x) = -\infty$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} 3 - 3x = 3 \\ \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} 2(x + 1) = 2 \\ \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln(x) = -\infty \end{array} \right. \quad \text{لأن :}$$

التأويل الهندسي : (C) يقبل مقارب عمودي معادلته  $x = 0$

(2) أ.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - 3x + 2(x + 1) \ln x \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( \frac{x + 1}{x} \right) \ln x \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \ln x \right) \\ &= +\infty \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} - 3 = -3 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \end{array} \right. \quad \text{لأن :}$$

ب. لدينا :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \ln x = +\infty \quad \text{و}$$

إذن : (C) يقبل فرعاً شلجيميا في اتجاه محور الأرتيب بجوار  $+\infty$

(3) أ. ليكن  $x \in ]0, +\infty[$

الدالة  $f$  قابلة للإشتقاق على  $]0, +\infty[$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= (3 - 3x + 2(x+1)\ln(x))' \\
 &= -3 + 2((x+1)'\ln(x) + (x+1)\ln'(x)) \\
 &= -3 + 2\left(\ln(x) + (x+1) \times \frac{1}{x}\right) \\
 &= -3 + 2\left(\ln x + \frac{x+1}{x}\right) \\
 &= -3 + 2\left(\ln x + 1 + \frac{1}{x}\right) \\
 &= -3 + 2\ln x + 2 + \frac{2}{x} \\
 &= \frac{2}{x} - 1 + 2\ln x
 \end{aligned}$$

إن: لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  :  $f'(x) = g(x)$

ت. حسب I. 2) لدينا :  $\forall x \in ]0, +\infty[ : g(x) > 0$

و منه :  $\forall x \in ]0, +\infty[ : f'(x) > 0$

و بالتالي  $f$  تزايدية قطعاً على  $]0, +\infty[$

جدول تغيرات الدالة  $f$  :

|         |           |           |
|---------|-----------|-----------|
| $x$     | 0         | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $+\infty$ |

(4) أ. ليكن  $x \in ]0, +\infty[$  :

لدينا  $f'$  قابلة للإشتقاق على  $]0, +\infty[$

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= (f')'(x) \\
 &= g'(x) \\
 &= \frac{-2}{x^2} + \frac{2}{x} \\
 &= \frac{-2+2x}{x^2} \\
 &= \frac{2(x-1)}{x^2}
 \end{aligned}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

بما أن  $x^2 > 0$  فإن إشارة  $f''(x)$  هي إشارة  $x - 1$

|          |   |   |           |
|----------|---|---|-----------|
| $x$      | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f''(x)$ | - | 0 | +         |

لدينا :  $f''$  تنعدم و تغير إشارتها عند 1 إذن النقطة  $I(1,0)$  هي نقطة انعطاف للمنحنى (C).

$$(f(1) = 0 \text{ لاحظ})$$

ب. معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة  $I(1,0)$  :

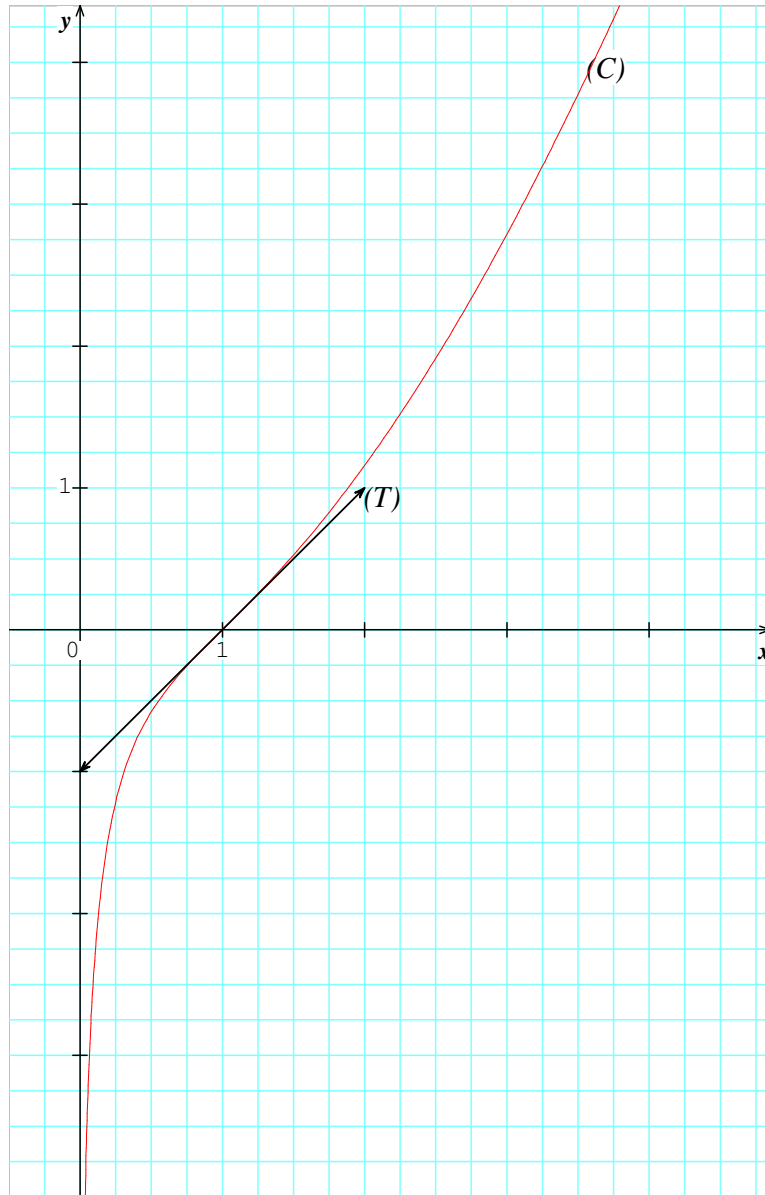
$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$\text{لدينا : } f'(1) = g(1) = 1 \text{ و } f(1) = 0$$

$$\text{إذن : } y = 1 \times (x-1) + 0$$

$$\text{ومنه : } (T): y = x - 1$$

ج. إنشاء (C):



(5) أ.

$$\begin{aligned}\int_1^2 \left(1 + \frac{x}{2}\right) dx &= \left[ x + \frac{x^2}{4} \right]_1^2 \\ &= \left(2 + \frac{2^2}{4}\right) - \left(1 + \frac{1^2}{4}\right) \\ &= 3 - \frac{5}{4} \\ &= \frac{7}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{cases} u'(x) = x + 1 \\ v(x) = \ln x \end{cases} \quad \nearrow \quad \begin{cases} u(x) = \frac{x^2}{2} + x \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases} \quad \text{ب.}$$

$$\begin{aligned}\int_1^2 (x+1)\ln(x) dx &= \left[ \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \ln x \right]_1^2 - \int_1^2 \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \times \frac{1}{x} dx \\ &= (4\ln 2) - \left(\frac{3}{2}\ln 1\right) - \int_1^2 \left(1 + \frac{x}{2}\right) dx \\ &= 4\ln(2) - \frac{7}{4}\end{aligned}$$

$$\text{ج. لدينا : } A = \int_1^2 |f(x)| dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

$$\text{على المجال } [1, 2] \text{ لدينا : } f(x) \geq 0$$

$$\text{إذن : } A = \int_1^2 f(x) dx \times 2cm \times 2cm$$

$$\text{إذن : } A = \int_1^2 (3 - 3x + 2(x+1)\ln(x)) dx \times 4cm^2$$

$$\text{إذن : } A = \left( \int_1^2 (3 - 3x) dx + 2 \int_1^2 (x+1)\ln(x) dx \right) \times 4cm^2$$

$$\text{إذن : } A = \left( \left[ 3x - \frac{3x^2}{2} \right]_1^2 + 2 \left( 4\ln(2) - \frac{7}{4} \right) \right) \times 4cm^2$$

$$A = \left( (0) - \left( \frac{3}{2} \right) + 8 \ln(2) - \frac{7}{2} \right) \times 4 \text{cm}^2 \quad \text{إذن :}$$

$$A = (-5 + 8 \ln(2)) \times 4 \text{cm}^2 \quad \text{إذن :}$$

$$A = (-20 + 32 \ln(2)) \text{cm}^2 \quad \text{ومنه :}$$

$$(6) \quad \text{لنحل مبيانيا : } (x+1) \ln(x) \geq \frac{3}{2}(x-1) \quad x \in ]0, +\infty[$$

$$(x+1) \ln(x) \geq \frac{3}{2}(x-1) \Leftrightarrow 2(x+1) \ln(x) \geq 3(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 2(x+1) \ln x \geq 3x - 3$$

$$\Leftrightarrow 3 - 3x + 2(x+1) \ln x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow f(x) \geq 0$$

مبيانيا  $f(x) \geq 0$  تعني أن  $(C)$  يوجد فوق محور الأفاصيل

$$S = [1, +\infty[ \quad \text{و بالتالي :}$$