



3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

## تعليمات عامة

- ✓ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- ✓ يمكن للمترشح إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ✓ ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

## مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
نقطتان	حساب التكامل	التمرين الرابع
9 نقطة	دراسة دالة عددية و المتتاليات العددية	المسألة

In يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

	<p>التمرين الأول (3 نقط ) :</p> <p>في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر <math>(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})</math>، نعتبر الفلكة <math>(S)</math> التي مركزها <math>\Omega(2,1,2)</math> و شعاعها يساوي 3 والمستوى <math>(P)</math> المار من النقطة <math>A(-1, 0, 3)</math> و <math>\vec{u}(4, 0, -3)</math> متجهة منظمية عليه.</p> <p>(1) 0.5 بين أن معادلة للفلكة <math>(S)</math> هي : <math>x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0</math></p> <p>(2) 0.5 تحقق من أن معادلة ديكرتية للمستوى <math>(P)</math> هي : <math>4x - 3z + 13 = 0</math></p> <p>(3) 0.5 أ- تحقق من أن <math>(t \in \mathbb{R})</math> هو تمثيل بارامترى للمستقيم <math>(\Delta)</math> المار من <math>\Omega</math> و العمودي على <math>(P)</math></p> $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ <p>ب - حدد إحداثيات النقطة <math>H</math> تقاطع المستقيم <math>(\Delta)</math> و المستوى <math>(P)</math> 0.5</p> <p>(4) 0.25 أ - أحسب <math>d(\Omega, (P))</math></p> <p>ب - بين أن المستوى <math>(P)</math> مماس للفلكة <math>(S)</math> في نقطة يتم تحديدها 0.75</p>	
	<p>التمرين الثاني (3 نقط ) :</p> <p>(1) 0.75 حل في مجموعة الأعداد العقدية <math>\mathbb{C}</math> المعادلة : <math>z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0</math></p> <p>(2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math> نعتبر النقطة <math>A</math> التي لحقها <math>a = \sqrt{2}(1-i)</math> و الدوران الذي مركزه <math>O</math> و زاويته <math>\frac{\pi}{3}</math></p> <p>أ - أكتب على الشكل المثلثي العدد <math>a</math> 0.25</p> <p>ب- تحقق من أن لحق النقطة <math>B</math> صورة النقطة <math>A</math> بالدوران <math>R</math> هو <math>b = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)</math> 0.5</p> <p>(3) 0.5 أ - نعتبر النقطة <math>C</math> التي لحقها <math>c = 1+i</math> . بين أن <math>b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}</math></p> <p>ب - لتكن <math>t</math> الإزاحة التي متجهتها <math>\vec{OC}</math>، و النقطة <math>D</math> صورة <math>B</math> بالإزاحة <math>t</math> . بين أن <math>OD =  b+c </math> 0.5</p> <p>ج- استنتج أن <math>OD \times BC = 2\sqrt{3}</math> 0.5</p>	
	<p>التمرين الثالث (3 نقط ) :</p> <p>يحتوي صندوق على 12 كرة لا يمكن التمييز بينها باللمس موزعة كما يلي : 3 كرات حمراء تحمل كل واحدة منها العدد 1 و 3 كرات حمراء تحمل كل واحدة منها العدد 2 و 6 كرات خضراء تحمل كل واحدة منها العدد 2 نسحب عشوائيا و تأنيا كرتين من الصندوق ، و نعتبر الأحداث التالية :</p> <p>A : " الحصول على كرتين تحملان نفس العدد " و B : " الحصول على كرتين مختلفتي اللون "</p> <p>و C : " الحصول على كرتين تحملان عدديهما مجموعهما يساوي 3 "</p> <p>(1) 1.5 بين أن <math>p(A) = \frac{13}{22}</math> و <math>p(B) = \frac{6}{11}</math> و احسب <math>p(C)</math></p> <p>(2) 0.5 أ - بين أن <math>p(A \cap B) = \frac{3}{11}</math></p> <p>ب - هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علل جوابك . 0.5</p> <p>(3) 0.5 علما أن الحدث B محقق ، احسب احتمال الحصول على كرتين تحملان نفس العدد .</p>	

التمرين الرابع (نقطتان) :

1) أ- بين أن الدالة  $H : x \mapsto xe^x$  هي دالة أصلية للدالة  $h : x \mapsto (x+1)e^x$  على  $IR$  0.5

ب - إستنتج أن  $\int_0^1 (x+1)e^x dx = e$  0.5

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، أكتب  $\int_0^1 (x^2 + 2x - 1)e^x dx$  1

المسألة (9 نقطة)

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بما يلي  $g(x) = x^3 - 1 - 2\ln^2 x + 2\ln x$   
الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة  $g$  على المجال  $]0, +\infty[$

$x$	0	$+\infty$
		+
		$+\infty$

(1) احسب  $g(1)$  0.25

(2) من خلال هذا الجدول حدد إشارة  $g(x)$  على كل من  $]0, 1[$  و  $]1, +\infty[$  0.5

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بما يلي :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$$

و ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ- تحقق من أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  0.5

ب- بين أن المستقيم  $(D)$  الذي معادلته  $y = x - \frac{1}{2}$  مقارب للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$  0.5

ج- حدد الوضع النسبي للمستقيم  $(D)$  و المنحنى  $(C)$  0.25

(2) بين أن  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$  و أول هندسيا النتيجة. 0.75

(3) أ- بين أن  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$  لكل  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$  1

ب- بين أن الدالة  $f$  تناقصية على المجال  $]0, 1[$  و تزايدية على المجال  $]1, +\infty[$  0.5

ج- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $]0, +\infty[$  0.5

(4) أنشئ في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  المستقيم  $(D)$  و المنحنى  $(C)$  (الوحدة : 1 cm) 1

(III) نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $h(x) = f(x) - x$

(1) أ- تحقق من أن  $h(1) = 0$  0.25

ب- في الشكل جانبه  $(C_h)$  هو التمثيل المبياني للدالة  $h$ . حدد إشارة  $h(x)$  على كل 0.75

من  $]0, 1[$  و  $]1, +\infty[$  ثم استنتج أنه لكل  $x$  من المجال  $]1, +\infty[$  لدينا  $f(x) \leq x$

(2) نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :

$$u_{n+1} = f(u_n) \text{ و } u_0 = e$$

أ- بين بالترجع أن :  $1 \leq u_n \leq e$  لكل  $n$  من  $IN$  0.75

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية . ( يمكن استعمال نتيجة السؤال III (1) ب - ) 0.75

ج - استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم حدد نهايتها. 0.75

