المادة : الرياضيات	درس : مفاهيم في المنطق	المستوى : الأولى علوم تجريبية
الأستاذ : علي الشريف	www.madariss.fr	ثا.المختار السوسي.نيابة الخميسات

I) العبارات و العمليات على العبارات

cherifalix@hotmail.com

1) العبارة :

☺ **نشاط رقم 1 :** (مفهوم العبارة)

☯ **ملحوظة:**

الجمل الرياضية الواردة في خانات العمود (1) هي نصوص رياضية سليمة لغويا و تحمل معنى . قد يكون إما صحيحا و إما خاطئا , تسمى عبارات رياضية .

إ ذا كانت عبارة صحيحة نقول إ ن قيمة حقيقتها صحيحة , و إ ذا كانت خاطئة نقول إ ن قيمة حقيقتها خاطئة .

✇ **تعريف :** (مفهوم عبارة)

> نسمي عبارة كل نص رياضي يحمل معنى إ ما صحيحا أ و خاطئا . نرمز عادة باحد الرموز P أ و Q أ و R

2) العمليات على العبارات :

☺ **نشاط رقم 2:** (نفي عبارة)

✇ **تعريف :** (نفي عبارة)

> نفي عبارة p هي العبارة التي تكون صحيحة إ ذا كانت p خاطئة و خاطئة إ ذا كانت p صحيحة و يرمز لها ب ┐p أ و (non (P)

☯ **ملحوظة :**

نعبر عن هذا في جدول يسمى جدول الحقيقة :

┐p	p
0	1
1	0

* لا يمكن أ ن تكون عبارة صحيحة و خاطئة في نفس الوقت .

☺ **نشاط رقم 3:** (عطف و فصل عبارتين)

✇ تعريف :

> عطف عبارتين p و q هي العبارة التي تكون صحيحة فقط إ ذا كانت p و q صحيحتين معا و يرمز لها ب p وq .

جدول الحقيقة

p و q	q	p
1	1	1
0	0	1
0	1	0
0	0	0

cherifalix@yahoo.fr

التمرين التطبيقي رقم 1 :

☺ نشاط رقم 4: (آستلزام و تكافؤ عبارتين)

✇ تعريف :

آ ستلزام عبارتين p و q هي العبارة التي تكون خاطئة فقط إ ذا كانت p صحيحة و q خاطئة .

و يرمز لها ب : $p \Rightarrow q$ و تقرأ p تستلزم q .

جدول الحقيقة

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

✸ العبارة $p \Rightarrow q$ تقرأ p تستلزم q أو إ ذا كان p فإن q .

✸ العبارة $q \Rightarrow p$ تسمى الإستلزام العكسي للإستلزام $p \Rightarrow q$.

✸ للبرهان على أ ن العبارة $p \Rightarrow q$ صحيحة نفترض أ ن العبارة صحيحة و نبين أ ن العبارة صحيحة .

✇ تعريف :

تكافؤ عبارتين p و q هي العبارة التي تكون صحيحة إ ذا و فقط إ ذا كانت p و q صحيحتين معا أ و خاطئتين معا و يرمز لها ب : $p \Leftrightarrow q$ و تقرأ p تكافؤ q .

جدول الحقيقة

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

خاصية :
cherifalix@hotmail.com

العبارتان $p \Leftrightarrow q$ و $\left[(p \Rightarrow q) \text{ و } (p \Rightarrow q)\right]$ متكافئتان .

ملحوظة :

إ ذا كانت العبارتان p و $p \Rightarrow q$ صحيحتين معا فإ ننا نستنتج أ ن العبارة صحيحة و هذا ما يصطلح عليه بالإستدلال الإستنتاجي .

التمرين التطبيقي رقم 2 :

II) ا لدالة العبارية - المكممات :

نشاط رقم 5: (الدالة العبارية و المكممات)

تعريف :

الدالة العبارية هي كل نص رياضي تتوقف صحة معناه على متغير أو عدة متغيرات تنتمي إلى مجموعة معلومة E.
و يرمز لها ب p(x) حيث $x \in E$.

نشاط رقم 6: (المكمم الكوني)

تعريف :

الرمز "$\forall$" يسمى المكمم الكوني , العبارة "$\forall x \in E \; ; A(x)$" تقرأ مهما يكن x من E لدينا $A(x)$.

مثال:

* العبارة "$\left(\forall x \in IR^+ ; \frac{x+1}{2} \geq \sqrt{x}\right)$" عبارة صحيحة .

نشاط رقم 7: (المكمم الوجودي)

تعريف :

الرمز "$\exists$" يسمى المكمم الوجودي. العبارة "$\left(\exists x \in E ; A(x)\right)$" تقرأ " يوجد على الأقل x من E يحقق الخاصية $A(x)$ "

مثال:

* العبارة "$\left(\exists x \in IR ; x^2+1=0\right)$"عبارة خاطئة .

خاصية:

- نفي العبارة "$\forall x \in E \; ; A(x)$" هو العبارة "$\left(\exists x \in E ; \overline{A(x)}\right)$"
- نفي العبارة "$\left(\exists x \in E ; A(x)\right)$" هو العبارة "$\forall x \in E \; ; \overline{A(x)}$"

التمرين التطبيقي رقم 3:

ملحوظة :

- العبارة $(\forall y \in IR)(\exists x \in IR); x+y=5$ عبارة صحيحة نأخذ $(x=5-y)$.

cherifalix@yahoo.fr

- في حين العبارة $(\exists x \in IR)(\forall y \in IR); x+y=5$ عبارة خاطئة .لأن $y=-x+7$ لايحقق هذه العبارة .

و هذا يعني أ ن ترتيب المكممات من طبيعة مختلفة يؤثر على المعنى أو على حقيقة العبارة .

III) الإستدلالا ت الرياضية :

1) الإستدلال بالإستلزام المضاد للعكس :

☺ نشاط رقم 8:(الإستدلال بالإستلزام المضاد للعكس)

✇ تعريف :

العبارة $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$ تسمى الإستلزام المضاد للعكس للإستلزام $P \Rightarrow Q$

☯ ملحوظة :

* الإستدلال بالإستلزام المضاد للعكس يعتمد على القانون المنطقي ($\overline{Q} \Rightarrow \overline{P} \quad \Leftrightarrow \quad P \Rightarrow Q$) .

◎ مثال:

لنبين أن : $(\forall X \in IR^{+}); \left(x \neq 4 \Rightarrow \sqrt{x}-1 \neq \frac{x}{4}\right)$.

2) الإستدلال بالتكافؤ :

☺ نشاط رقم 8: (الإستدلال بالتكافؤ)

☯ ملحوظة :

- هذا النوع من الإستدلال يسمى بالإستدلا ل بالتكافؤ . و يعتمد الإستدلا ل بالتكافؤ على القانون المنطقي الآتي :
- إ ذ ا كان $(P \Leftrightarrow Q)$ و $(Q \Leftrightarrow R)$ فإن : $(P \Leftrightarrow R)$.

3) الإستدلال بالخلف :

☺ نشاط رقم 9: (الإستدلال بالخلف)

☺ نشاط رقم 10: (الإستدلال بفصل الحالات)

☯ ملحوظة :

* للبرهنة على $[(P \text{ أو } Q) \Rightarrow R]$ نبرهن في بعض الحالات على أ ن : $[(P \Rightarrow R) \text{ و } (Q \Rightarrow R)]$.

هذا النوع من البرهان يسمى الإستدلال بفصل الحالات .

4) الإستدلال بالترجع :

cherifalix@yahoo.fr

☺ نشاط رقم 11: (الإستدلال بالترجع)

خاصية:

لتكن $P(n)$ دالة عبارية بحيث n عدد صحيح طبيعي و $n \geq n_0$ للبرهنة على صحة العبارة $P(n)$ لكل $n \geq n_0$ نبين أن :

- $P(n_0)$ عبارة صحيحة
- إ ذا كان من أجل عدد صحيح طبيعي n بحيث n أ كبر من أ و يساوي n_0, العبارة $P(n)$ صحيحة فإن $P(n+1)$ عبارة صحيحة كذلك .

cherifalix@hotmail.com

cherifalix@yahoo.fr