الثانوية التأهيلية محمد السادس
نيابة سيدي البرنوصي.

السلسلة رقم 1

السنة الدراسية 2006/07
المستوى 1 علوم رياضية ك.
الموضوع: مبادئ في المنطق
الأستاذ: ط. دريسي

تمرين 1

أكتب باستعمال المكممات العبارات التالية

أ- لكل عدد صحيح طبيعي n يوجد عدد صحيح طبيعي m بحيث: $n=2m$

ب- يوجد عدد صحيح طبيعي زوجي

ج- بعض الأعداد الحقيقية هي أعداد جدرية

د- لكل عددين حقيقيين x و y يوجد عدد صحيح طبيعي n بحيث $x-y=n$

تمرين 2

أعط نفي العبارات التالية:

1) $(\forall n\in\mathbb{N});(\exists m\in\mathbb{N}), n<m$

2) كل مثلث قائم الزاوية له زاوية حادة

3) $(\forall\alpha>0)(\exists x\in]0,1[)(\exists y\in]0,1[): x^2+y^2<\alpha$

تمرين 3

بين باستعمال الاستدلال بمثال مضاد أن العبارات التالية خاطئة:

1) $\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{m}$ عدد صحيح طبيعي، حيث $(n,m)\in\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ و $(m>n)$

2) كل حدودية $P(x)$ درجتها أصغر أو تساوي 3 تحقق:
$(\forall x\in\mathbb{R});\ P(x).P(x+1)=P(x^2+x+1)$

3) $(\forall u\in]0,1[)(\forall v\in]0,1[)$
$$0<\frac{u+v}{u.v(1-uv)}<1$$

تمرين 4

A و B عبارتان.
بين أن العلاقة $(A,\neg A)\Longrightarrow B$ صحيحة.

تمرين 5

باستعمال عمليتي النفي والفصل فقط
2) بين أن عبارة $A\Rightarrow(B\Longrightarrow A)$ دائما صحيحة.

تمرين 6

بين بالترجع الخاصيات التالية:

1) $(\forall n\in\mathbb{N}^*);\ 1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

2) $(\forall n\in\mathbb{N}^*);\ 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3) $(\forall n\in\mathbb{N}^*);$
$$1\times2+2\times3+3\times4+\dots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

4) لكل n من $\mathbb{N}^*$ فإن:
$(3^{2n}-2^n)$ يقبل القسمة على 7

5)- لكل n من $\mathbb{N}^*$ فإن:
$(3^{2n}+2^{6n-5})$ تقبل القسمة على 11

تمرين 7

باستعمال الاستلزام المضاد للعكس بين أن لكل x و y من $\mathbb{R}$:
$$(xy\neq1\ ,\ x\neq y)\Rightarrow\frac{x}{x^2+x+1}\neq\frac{y}{y^2+y+1}$$

تمرين 8

باستعمال البرهان بالخلف بين أن:
$\sqrt{2}$ عدد لا جدري ($\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$).

تمرين 9

باستعمال الاستدلال بفصل الحالات بين أن:
$$\forall n\in\mathbb{N};\ \frac{n(n+1)}{2}\in\mathbb{N}$$

تمرين 10

a عدد موجب قطعا، بين بالترجع أن:
$\forall n\in\mathbb{N})\quad(1+a)^n\geqslant1+na.$