التمرين الأول (المنطق)

1) $(0=1) \Rightarrow \frac{4}{3}=\frac{8}{6}$ عبارة صحيحة لأن $(0=1)$ عبارة خاطئة.

2) نفترض أن $(\forall x \in IR)\ (\forall y \in IR)\ x^2 = y^2$ عبارة صحيحة

إذن $x^2 - y^2 = 0$ أي $(x-y)(x+y)=0$ عبار صحيحة و بالتالي فإن الاستلزام صحيح

3) $(\exists x \in \mathbb{R}) : |x| \prec 0$

التمرين الثاني (الحساب العددي)

$A-$ لدينا $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}=\frac{x+y}{7}=\frac{14}{7}=2$

بما أن $\frac{x}{2}=2$ فإن $x=4$ و بما أن $\frac{y}{5}=2$ فإن $y=10$

$B-$

1) بما أن :

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &=(-6)^2-4\times1\times5\\ &=36-20\\ &=16\succ0\end{aligned}$$

فإن للمعادلة حلين مختلفين هما :

$$x=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{6+4}{2}=\frac{10}{2}=5$$

أو

$$x=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{6-4}{2}=\frac{2}{2}=1$$

إذن $S=\{1;5\}$

2)

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]1;5[$

$-C$

بما ن : $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = -13 \neq 0$ فإن (S) نظمة كرامر لها حل وحيد في $\mathbb{R}^2$، $(x;y)$ حيث

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{-13} = -\frac{7}{13}$$

و

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}}{-13} = -\frac{9}{13}$$

إذن $S = \left\{\left(-\frac{7}{13}; -\frac{9}{13}\right)\right\}$

التمرين الثالث (عموميات حول الدوال)

أ- $D_f = \mathbb{R}$ (لأن f دالة حدودية)

ب- • نعلم أن $\mathbb{R} =]-\infty,0] \cup [0;+\infty[$ أي المجالات متماثلة بالنسبة للصفر ، إذن لكل x من $\mathbb{R}$ ، $-x \in \mathbb{R}$.

• لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^2 + 1 \\ &= x^2 + 1 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

خلاصة : f دالة زوجية

ت- احسب و ادرس إشارة الفرق $f(x) - 1$. ماذا تستنتج؟

لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f(x)-1=x^2+1-1$
$=x^2\geq 0$

أي لكل x من $\mathbb{R}$ $f(x)\geq 1$ إذن الدالة f مصغورة بالعدد 1

ث- ادرس رتابة الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

ليكن x و y عنصرين من $[0;+\infty[$ مختلفين. لدينا:

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=\frac{\left(x^2+1\right)-\left(y^2+1\right)}{x-y}$$
$$=\frac{\left(x^2-y^2\right)}{x-y}$$
$$=\frac{\left(x-y\right)\left(x+y\right)}{x-y}$$
$$=x+y$$

وبما أن x و y عنصرين من $[0;+\infty[$ و مختلفين فإن $x+y\succ 0$ أي $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}\succ 0$ ، إذن f دالة تزايدية قطعا على المجال $[0;+\infty[$.

التمرين الرابع (المتتاليات العددية)

---

1) لكل n من $\mathbb{N}$ لدينا : $u_{n+1}-u_n=u_n+3-u_n=3$ إذن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها 3

---

2) نعلم أن لكل n من $\mathbb{N}$ $u_n=u_p+(n-p)r$ حيث r و u_p أساس و أحد حدود المتتالية الحسابية على التوالي . إذن $u_n=u_0+nr=1+3n$

---

3) احسب u_{75} ثم استنتج المجموع $S=u_0+u_1+u_2+.........u_{75}$

•
$$u_{75}=1+3\times 75$$
$$=1+225$$
$$=226$$

•

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + ...u_{75}$$
$$= \frac{(75-0+1)(u_0+u_{75})}{2}$$
$$= \frac{76(1+226)}{2}$$
$$= 38\times 227$$
$$= 8626$$

التمرين الخامس (التعداد)

(1

•
$$A_7^3 = 7\times 6\times 5$$
$$= 210$$

•
$$3! = 3\times 2\times 1$$
$$= 6$$

•
$$C_6^2 = \frac{6!}{2!\times(6-2)!}$$
$$= \frac{4!\times 5\times 6}{(2\times 1)\times 4!}$$
$$= \frac{5\times 6}{2\times 1}$$
$$= 15$$

(2

$A-$

• عدد الحالات الممكنة.
$$C_8^3 = \frac{8!}{3!\times 5!}$$
$$= 7\times 8$$
$$= 56$$

• عدد الحالات الذي نحصل فيه على كرتين حمراوين و كرة خضراء
$$C_3^2 \times C_4^1 = 3\times 4 = 12$$

$-B$

• عدد الحالات الممكنة

$A_8^3 = 8\times 7\times 6 = 336$

التمرين السادس (النهايات)

•

$$\lim_{\substack{x\to 2\\ x<2}} \frac{2x+1}{x-2} = -\infty$$

(لأن $\lim_{\substack{x\to 2\\ x<2}} 2x+1 = 5$ و $\lim_{\substack{x\to 2\\ x<2}} x-2 = 0^-$)

•

$$\lim_{x\to+\infty} x^2+3x-x^3 = \lim_{x\to+\infty} -x^3 = -\infty$$

•

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+3x+1}{x^5+4x^2+7} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{x^5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x^3} = 0$$

•

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-4x+3}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x\to 1} x-3 = -2$$