

• :\_\_\_\_\_

الدالة

( )

• E x P(x)

• :\_\_\_\_\_ - (2)

• E P(x)

• :

" P(x) : E x " : P(x) E

$\forall x \in E ; P(x) :$

$\forall$

• :

E x " : P(x) E x

$\exists x \in E / P(x) :$  " P(x)

$\exists$

$\exists! x \in E / P(x) :$  P(x) E x

$\exists!$

• :\_\_\_\_\_

•  $\forall x \in \mathbb{R}_+^* ; x + \frac{1}{x} \geq 2 :$   $x + \frac{1}{x} - 2 = \frac{(x-1)^2}{x} \geq 0 :$   $\mathbb{R}_+^* x$  -

•  $\forall x \in \mathbb{R}_-^* ; x + \frac{1}{x} \leq -2 :$

•  $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* \quad \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* \quad (E) : x^2 - y^2 = 12 :$  -

•  $\exists! (x, y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* / x^2 - y^2 = 0 \quad \exists (x, y) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* / x^2 - y^2 = 0$

• :

• :

"  $\exists x \in \mathbb{R}^* / \forall a \in \mathbb{R}^* ; a.x = 1$  " : q "  $\forall a \in \mathbb{R}^* ; \exists x \in \mathbb{R}^* / a.x = 1$  " : p

-I العبارات:

• :\_\_\_\_\_

• :

" 4 " : p

" 4 " : q

p  $(2m+1) \times (2n+1) = 2[2mn + (m+n)] + 1 :$   $\mathbb{N}^2 (n, m)$  -

• V 1 p :

n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 4n + 6 = 4(n+1) + 2 :  $\mathbb{N} n$  -

( 2 4 )  $\mathbb{N} n 4$  4n+6

• F 0 q :

q p

• :\_\_\_\_\_

• :

• :01\_\_\_\_\_

• :

"  $\sqrt{5} + \sqrt{6} \geq \sqrt{22}$  " : p

"  $4\sqrt{3} - 7$  " : q

" 5 " : r

-II الدوال العبارية و المكلمات:

• :\_\_\_\_\_ - (1)

• :\_\_\_\_\_

• :

"  $x \in \mathbb{R} \quad -x^2 + x + 6 < 0$  " P(x) "  $n \in \mathbb{Z} \quad n^2 - 4 = 0$  " P(n)

• "  $(a, b) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^* \quad \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$  " P(a, b)

$\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^* \quad \mathbb{R} \quad \mathbb{Z} \quad (a, b) \quad x \quad n$

$q \rightarrow p$  : \_\_\_\_\_ - (2)  
 $q \rightarrow p$  : \_\_\_\_\_ •  
 $q \rightarrow p$  : \_\_\_\_\_ •  
 $q \rightarrow p$  : \_\_\_\_\_ •  
 $q \rightarrow p$  : \_\_\_\_\_ •

		$q$	$p$
$q \rightarrow p$	$\overline{q \rightarrow p}$	$q$	$p$
1	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
0	0	0	0

: \_\_\_\_\_ •  
 :03 \_\_\_\_\_ •  
 :  
 "  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$  أو  $2 < \sqrt{3}$  " :  $p$   
 " 123 537 أو  $\frac{3}{8}$  " :  $q$   
 "  $\frac{1}{3} \overline{4}$  أو  $10^{23} + 96$  " :  $r$   
 : \_\_\_\_\_ - (2)  
 : \_\_\_\_\_ •  
 $q \rightarrow p$  : \_\_\_\_\_  
 $q \rightarrow p$  : \_\_\_\_\_  
 $p \Rightarrow q$

$x = \frac{1}{a} \in \mathbb{R}^*$  :  $(E_a): ax = 1$  :  $\mathbb{R}^* \setminus a$   
 $\mathbb{R}^* \setminus a$  :  $(E_a): ax = 1$  :  $q$   
 . (  $a$  )  
 :

III- العمليات على العبارات:

- (1) \_\_\_\_\_ :  
 : \_\_\_\_\_ •  
 $p$  :  $p$   
 $\overline{p}$  :  $\neg p$   
 $\neg p$   

$p$	$\neg p$
1	0
0	1

 : \_\_\_\_\_ •

"  $4\sqrt{3} - 7 \geq 0$  " :  $\neg p$  : "  $4\sqrt{3} - 7 < 0$  " :  $p$  :  
 " 517 " :  $\neg q$  : " 517 " :  $q$  :  
 : \_\_\_\_\_ •  
 "  $\exists x \in E / \neg P(x)$  " : "  $\forall x \in E ; P(x)$  " :  
 "  $\forall x \in E ; \neg P(x)$  " : "  $\exists x \in E / P(x)$  " :  
 :02 \_\_\_\_\_ •  
 :  
 "  $\exists x \in \mathbb{R} / \cos x + 2 \sin x = -4$  " :  $q$  "  $\forall x \in \mathbb{R} ; x^2 > 0$  " :  $p$   
 "  $\forall x \in \mathbb{R} ; \exists y \in \mathbb{R} / x.y = 1$  " :  $r$

القوانين المنطقية: -IV

\_\_\_\_\_ - (1)

\_\_\_\_\_ •

$\neg p \vee p$

$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \vee \neg p) \quad \neg(\neg p) \Leftrightarrow p \quad \neg p \vee p :$

\_\_\_\_\_ - (2)

06 •

$\neg(q \vee p) \Leftrightarrow (\neg q \wedge \neg p) :$

أ-

$\neg(q \wedge p) :$

ب-

01 •

$\neg(q \vee p) \Leftrightarrow (\neg q \wedge \neg p) \quad \neg(q \wedge p) \Leftrightarrow (\neg q \vee \neg p) :$

\_\_\_\_\_ - (3)

$\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(q \vee \neg p) : \quad (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \vee \neg p)$

$\neg(q \vee \neg p) \Leftrightarrow (\neg q \wedge \neg(\neg p)) :$

$\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \wedge p) : \quad \neg(\neg p) \Leftrightarrow p :$

02 •

$\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \wedge p) :$

\_\_\_\_\_ - (4)

$p \Rightarrow q$

$\neg q \Rightarrow \neg p$

03 •

$(\neg q \Rightarrow \neg p) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) :$

$p \Rightarrow q$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$
1	1	1	
1	0	0	
0	1	1	
0	0	1	

$p \Rightarrow q$

$p$

-

$\cdot q$

$q \quad p \Rightarrow q$

$p$

04 •

$q \Rightarrow p \quad p \Rightarrow q$

\_\_\_\_\_ •

:

$\frac{1}{3} \notin ID \Rightarrow 2 < -1 \quad \frac{1}{3} \notin ID \Rightarrow 2 \neq -1 \quad \sqrt{3} \in \mathbb{Q} \Rightarrow 2 < -1 \quad \sqrt{3} \in \mathbb{Q} \Rightarrow 2 \neq -1$

\_\_\_\_\_ - (3)

\_\_\_\_\_ •

$p \Leftrightarrow q$

$q \quad p$

\_\_\_\_\_ •

$2 < -1 \Leftrightarrow -7 + 5 = 0 :$

$-7 + 5 = 0 \quad 2 < -1$

$-7 + 5 = -2 \Leftrightarrow -1 < 2 :$

$-1 < 2 \quad -7 + 5 = -2$

05 •

:

$(p \Rightarrow \neg q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q) \quad (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \vee \neg p) \quad \neg(\neg p) \Leftrightarrow p$

( )

\_\_\_\_\_ - (2)

$$[p \bar{\wedge} (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$$

$$p \quad p \Rightarrow q \quad q$$

$$. ( \quad q \quad p )$$

\_\_\_\_\_ •

$$\forall n \in \mathbb{N}; ( \quad 2n+1 ) \Rightarrow ( \quad n+1 ) :$$

$$: \quad \mathbb{N} \quad k \quad 2n+1 : \quad \mathbb{N} \quad n$$

$$2n+1 = (2k+1)^2$$

2n+1

$$n = 2k^2 + 2k :$$

$$n+1 = 2k^2 + 2k + 1 = k^2 + (k+1)^2 :$$

\_\_\_\_\_ - (3)

$$p \Rightarrow q$$

$$: \quad \neg q \Rightarrow \neg p$$

$$. ( \neg q \Rightarrow \neg p ) \Leftrightarrow ( p \Rightarrow q )$$

\_\_\_\_\_ •

$$. a+b > 2c \Rightarrow (a > c \text{ أو } b > c) : \quad \mathbb{R} \quad c \quad b \quad a$$

$$\neg(a > c \text{ أو } b > c) \Rightarrow \neg(a+b > 2c) :$$

$$(a \leq c \text{ و } b \leq c) \Rightarrow a+b \leq 2c :$$

$$b \leq c \quad a \leq c :$$

$$a+b \leq 2c$$

$$(\neg q \Rightarrow \neg p) \Leftrightarrow (\neg(\neg q) \text{ أو } \neg p) \Leftrightarrow (q \text{ أو } \neg p) :$$

$$. (\neg q \Rightarrow \neg p) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) : \quad (q \text{ أو } \neg p) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$$

:07 \_\_\_\_\_ •

:

$$" \forall (a,b) \in \mathbb{R}^2 ; a^2 = b^2 \Rightarrow a = b " : p$$

$$" \forall n \in \mathbb{N}; (3 \quad n) \text{ أو } (3 \quad n^2 + 1) " : q$$

$$" \exists n \in \mathbb{N} / ( \quad n+1 ) \bar{\wedge} ( \quad 2n+1 ) " : r$$

-V الاستدلالات الرياضية:

\_\_\_\_\_ - (1)

$$p: \forall x \in E ; P(x)$$

$$. P(x) \quad E \quad x \quad \neg p: \exists x \in E / \neg P(x)$$

\_\_\_\_\_ •

$$. " \forall n \in \mathbb{N}; \quad n^2 + n + 41 " :$$

$$. a_n = n^2 + n + 41 : \quad \mathbb{N} \quad n$$

$$a_{41} = 41 \times (41+1) + 41 \quad n = 41 \quad a_n = n(n+1) + 41$$

$$. a_{41} \quad a_{41} = 41 \times 43 :$$

$$. " \forall n \in \mathbb{N}; \quad n^2 + n + 41 " :$$

:08 \_\_\_\_\_ •

$$" 24 \quad 6 \quad 4$$

" : p

$$" \forall (a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4 ; \begin{cases} a \neq b \\ c \neq d \end{cases} \Rightarrow a+c \neq b+d " : q$$

$$. " \forall x \in ]0;1[ \text{ و } \forall y \in ]0;1[ ; \frac{x+y}{xy(1-xy)} < 1 " : r$$

$$\begin{aligned} \cos^3 x + \sin^3 x = 1 & : \mathbb{R} \\ \cos^3 x + \sin^3 x = 1 & \Leftrightarrow \cos^3 x + \sin^3 x = \cos^2 x + \sin^2 x \\ & \Leftrightarrow \cos^2 x - \cos^3 x + \sin^2 x - \sin^3 x = 0 \\ & \Leftrightarrow \cos^2 x(1 - \cos x) + \sin^2 x(1 - \sin x) = 0 \\ & \Leftrightarrow \cos^2 x(1 - \cos x) = 0 \text{ و } \sin^2 x(1 - \sin x) = 0 \\ & \Leftrightarrow (\cos x = 0 \text{ أو } \cos x = 1) \text{ و } (\sin x = 0 \text{ أو } \sin x = 1) \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ 2k\pi ; \frac{\pi}{2} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} :$$

:\_\_\_\_\_ - (6)

$$[(p \Rightarrow q) \text{ و } (\neg p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$$

$$\neg p \Rightarrow q \quad p \Rightarrow q$$

:\_\_\_\_\_ •

$$(I): \sqrt{2 - \sqrt{x+3}} < \sqrt{x+4} : \mathbb{R}$$

$$D = \left\{ x \in \mathbb{R} / \begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 2 - \sqrt{x+3} \geq 0 \end{cases} \right\} = [-3; 1] : (I)$$

$$(I) \Leftrightarrow -(x+2) < \sqrt{x+3} : D \quad x$$

$$: \sqrt{x+3} > 0 \quad -(x+2) \leq 0 \quad x \in [-2; 1] \quad -$$

$$: [-2; 1] \subseteq S : \quad -(x+2) < \sqrt{x+3}$$

:\_\_\_\_\_ - (4)

$$[\neg p \Rightarrow (q \text{ و } \neg q)] \Rightarrow p$$

$$(\neg p)$$

p

$$\neg q$$

$$\neg p \Rightarrow q$$

.

$$(\neg q \quad q)$$

:\_\_\_\_\_ •

$$\forall a \in \mathbb{N} ; \sqrt{a^2 + \sqrt{4a^2 + \sqrt{16a^2 + 8a + 3}}} \notin \mathbb{N} :$$

$$b \in \mathbb{N} \quad \sqrt{a^2 + \sqrt{4a^2 + \sqrt{16a^2 + 8a + 3}}} = b : \mathbb{N} \quad a$$

$$\sqrt{a^2 + \sqrt{4a^2 + \sqrt{16a^2 + 8a + 3}}} = b \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + \sqrt{4a^2 + \sqrt{16a^2 + 8a + 3}} = b^2 \\ b^2 \geq a^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a^2 + \sqrt{16a^2 + 8a + 3} = (b^2 - a^2)^2 \\ b^2 \geq a^2 + 2a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16a^2 + 8a + 3 = ((b^2 - a^2)^2 - 4a^2)^2 \\ b^2 \geq a^2 + 2a \end{cases}$$

$$16a^2 + 8a + 3$$

$$: (4a+1)^2 < 16a^2 + 8a + 3 < (4a+2)^2$$

$$. (4a+2)^2 \quad (4a+1)^2$$

:\_\_\_\_\_ - (5)

$$[(p \Leftrightarrow q) \text{ و } (q \Leftrightarrow r)] \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$$

p \Leftrightarrow r

q \Leftrightarrow r \quad p \Leftrightarrow q

$$\forall n \in \mathbb{N} ; \frac{4n^3 - n}{3} \in \mathbb{N} :$$

$$\cdot \mathbb{N} \quad n \quad 3 \quad 4n^3 - n$$

:10 •

$$\cdot \mathbb{N} \quad n \quad 7 \quad 3^{2n+3} + 2^{n+3}$$

:02 •

$$\cdot S_n = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \times (2n+1)} : \mathbb{N}^* \quad n$$

$$\cdot S_3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} = \frac{3}{7} \quad S_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{2}{5} \quad S_1 = \frac{1}{3} :$$

$$\cdot \forall n \in \mathbb{N}^* ; S_n = \frac{n}{2n+1} :$$

$$S_{n+1} = \frac{n+1}{2(n+1)+1} : \mathbb{N}^* \quad n \quad S_n = \frac{n}{2n+1} :$$

$$S_{n+1} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \times (2n+1)} + \frac{1}{(2n+1) \times (2n+3)} :$$

$$S_{n+1} = S_n + \frac{1}{(2n+1) \times (2n+3)} = \frac{n}{2n+1} + \frac{1}{(2n+1) \times (2n+3)} :$$

$$S_{n+1} = \frac{n(2n+3)+1}{(2n+1) \times (2n+3)} = \frac{(n+1) \times (2n+1)}{(2n+1) \times (2n+3)} :$$

$$S_{n+1} = \frac{n+1}{2(n+1)+1} :$$

$$\cdot S_n = \frac{n}{2n+1} : \mathbb{N}^* \quad n$$

:11 •

$$\cdot \forall n \in \mathbb{N} / n \geq 24 ; \exists (a,b) \in \mathbb{N}^2 / n = 5a + 7b :$$

$$(I) \Leftrightarrow x^2 + 3x + 1 < 0 : \quad -(x+2) \geq 0 \quad x \in [-3; -2] \quad -$$

$$\cdot x_2 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \quad x_1 = -\frac{3 + \sqrt{5}}{2} : \quad (\mathbb{R}) \quad x^2 + 3x + 1$$

$$(I) \Leftrightarrow x \in ]x_1; -2] : \quad -3 < x_1 < -2 < x_2$$

$$\cdot S = \left] -\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; -1 \right] :$$

:09 •

$$3 \quad n \quad \text{أ}$$

$$\cdot 3 \quad n^2 - 1$$

$$\cdot \mathbb{N} \quad b \quad a \quad 3 \quad ab(a^2 - b^2) \quad \text{ب}$$

: (7)

:04 •

$$: \quad n \quad P(n)$$

$$\cdot \forall n \in \mathbb{N} ; P(n) : \quad \forall n \in \mathbb{N} ; P(n) \Rightarrow P(n+1) \quad P(0)$$

:01 •

$$\cdot \forall n \in \mathbb{N} ; \frac{4n^3 - n}{3} \in \mathbb{N} :$$

$$\cdot P(0) \quad \frac{4 \times 0^3 - 0}{3} = 0 \in \mathbb{N} : \quad n = 0$$

$$\cdot \frac{4(n+1)^3 - (n+1)}{3} \in \mathbb{N} \quad \mathbb{N} \quad n \quad \frac{4n^3 - n}{3} \in \mathbb{N} :$$

$$\frac{4(n+1)^3 - (n+1)}{3} = \frac{4n^3 - n}{3} + 4n^2 + 4n + 1 :$$

$$\frac{4(n+1)^3 - (n+1)}{3} \in \mathbb{N} : \quad 4n^2 + 4n + 1 \in \mathbb{N} \quad \frac{4n^3 - n}{3} \in \mathbb{N}$$