

1/2	7:	-	-	-	:
3:		2008/2007			:
9					
-					

3

نعتبر في IR المعادلتين التفاضليتين : $(E): y'' + y' - 2y = 0$ و $(F): y'' + y' - 2y = -8x^2 + 8x + 8$
 (1) حل في IR المعادلة التفاضلية (E) .

- (2) أ - حدد الأعداد الحقيقية a و b و c لكي تكون الدالة $g: x \rightarrow ax^2 + bx + c$ حلا للمعادلة (F) .
 ب - بين أن الدالة f تكون حلا للمعادلة (F) إذا وفقط إذا كانت الدالة $f - g$ حلا للمعادلة (E) .
 ج - أستنتج حلول المعادلة (F) .

4

في الفضاء المنسوب لمعلم متعامد ممنظم و مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(0, 3, -5)$ و $B(0, 7, -3)$ و $C(1, 5, -3)$

- (1) أ - أحسب إحداثيات $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ و مساحة المثلث .
 ب- أكتب معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) .

(2) ليكن (P) المستوى المحدد بالمعادلة : $x + y + z = 0$

أعط تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ) , تقاطع المستويين (P) و (ABC) .

(3) نعتبر في الفضاء \mathcal{C} الدائرة (Γ) المحددة ب :

$$\begin{cases} y = 0 \\ x^2 + z^2 + 10z + 9 = 0 \end{cases}$$

أ - حدد معادلة ديكرتية للفلكة (S) المارة من (Γ) و التي ينتمي مركزها إلى المستوى (ABC) .

ب - حدد تقاطع (S) و المستقيم (AC) .

4

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقطتين A و B التي لحقهما على التوالي هي :

$z_1 = 1 + i$ و $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ و لتكن الدائرة (C) المثلثية .

(1) أعط الكتابة الأسية لكل من العددين z_1 و z_2 .

(2) بين أن : $(\forall \alpha \in IR); e^{i2\alpha} - 1 = 2ie^{i\alpha} \sin(\alpha)$

(3) لتكن M نقطة من الدائرة (C) لحقها $e^{i\alpha}$ حيث $\alpha \in [0, 2\pi[$.

$$MA \times MB = \sqrt{\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{2} + 2\sin(\alpha)\right)^2} \quad \text{أ- بين أن : } MA \times MB = \left| e^{i2\alpha} - 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i\right) e^{i\alpha} \right| \quad \text{ثم أستنتج أن :}$$

ب- بين أن للعدد $MA \times MB$ قيمة دنوية تأخذها عند نقطتين M_1 و M_2 يتم تحديدهما .

ج- بين أن للعدد $MA \times MB$ قيمة قصوية تأخذها عند نقطة M_3 يتم تحديدها .

_____ :

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي :

$$g(x) = -1 + x + 2\ln(x)$$

(1) أ- أدرس تغيرات الدالة g (النهايات و الإشتقاق)

ب- ضع جدول تغيرات الدالة g .

(2) أ- أحسب $g(1)$ ثم حدد إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x \in]1, +\infty[\quad ; \quad g\left(\frac{1}{x}\right) < 0 \\ \forall x \in]0, 1[\quad ; \quad g\left(\frac{1}{x}\right) > 0 \end{array} \right. \quad \text{ب- أستنتج أن :}$$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على IR^+ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x - x^2 \cdot \ln(x) \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

ليكن (C) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) بين أن f دالة متصلة في النقطة 0 على اليمين .

(2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة 0 على اليمين . ما هو التأويل الهندسي للنتيجة المحصل عليها ؟

(3) أ- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

$$(4) \text{ أ- بين أن : } f'(x) = x \cdot g\left(\frac{1}{x}\right) \quad ; \quad (\forall x \in]0, +\infty[)$$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0, +\infty[$ و أن $1 < \alpha < 2$.

(6) أ- تحقق أن معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول 0 هي $y = x$.

ب- بين أن : $\forall x \in IR^+ ; f(x) > x \Leftrightarrow x \in]0, 1[$.

ج- أستنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (T) .

(7) أنشئ المنحنى (C) .

$$(III) \text{ نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة بما يلي : } \begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - u_n^2 \cdot \ln(u_n) \end{cases} \quad ; \quad n \in IN$$

(1) بين بالترجع أن : $0 < u_n < 1$; $(\forall n \in IN)$

(2) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية .

(3) أستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .

cherifalix@yahoo.fr :

www.madariss.fr